第18卷 第1期
2008年1月

计算机技术与发展
COMPUTER TECHNOLOGY AND DEVELOPMENT

Vol.18 No.1
Jan. 2008

基于换乘次数最少的公交网络最优路径模型研究

侯 刚[1],周宽久[1,2]

(1.大连理工大学 软件学院,辽宁 大连 116620;
2.大连理工大学 系统工程研究所,辽宁 大连 116024)

摘 要:结合乘客出行心理分析,提出以换乘次数最少为目标的公交乘车模型。在公交网络建模方面,综合考虑公交站点空间关系,提出空间数据到拓扑模型再到搜索模型的公交网络双层建模方案。通过搜索模型的建立,将最小换乘次数问题转化为两点间的最短路径问题进行求解。在搜索算法的设计上,首先提出改造的边权为1的Dijktra算法,以此为基础设计前驱节点算法。并以前驱节点算法为前提,设计所有最短路径算法,能够高效地求解两点间的所有换乘次数最小的乘车方案。最后,以大连市公交数据为例,验证了建模方案和算法的可行性。

关键词:换乘次数;公交网络;所有最短路径算法

中图分类号:U491;O189 **文献标识码**:A **文章编号**:1673-629X(2008)01-0044-04

Research for Public Traffic Network Model of Optimum Route with Minimal Transfer Times

HOU Gang[1], ZHOU Kuan-jiu[1,2]

(1. Software School, Dalian University of Technology, Dalian 116620,China;
2. Institute of Systems Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024,China)

Abstract: Considering passengers' travel psychoanalysis, the public traffic model of optimum route is proposed, which goal is minimal transfer times. On the integrated analysis of the space relationship between stations, the twice-project of how to found the public traffic network's model is proposed, which is from the space data to the topology model and finally to the searching model. Basing on the searching model, the least transfer times problem is solved by translating to the problem of the shortest route between two stations. The improved Dijkstra algorithm with edge value is one is proposed, and the prior-node algorithm is designed basing on it. Then the all-shortest-route algorithm is constructed of the prior-node algorithm, which can efficiently solve the travel project of all the least transfer times between two spots. Finally, Dalian public traffic data is used as an example to prove that modeling of public traffic network and the searching algorithm are feasible.

Key words: transfer times; public traffic network; whole shortest route algorithm

0 引 言

对公交出行最优乘车问题的理论研究包括公交网络的数学描述和设计最优路径算法。在公交网络描述方面,Anez等用对偶图描述能够涵盖公交线路的交通网络[1];Choi等讨论了利用GIS技术从街道的地理数据产生公交线路和站点的问题[2];黄正东研究了在GIS中公交实体与基础路网的关联[3]。这些为公交网络的数学描述提供了基础。在最优路径算法方面,由于"最优"的指标选取因人而异,一些研究者从不同的角度提出了算法。张国伍等结合公交网络的特点,在推广Floyd算法的基础上提出了一种公交网络多条最短路径算法[4];Koncz等提出了一种以换乘次数少为首要目标,以出行距离短为次要目标的公交网络静态多路径选择算法[5];Qiujin Wu等利用图论中的K最短路径算法求解公交网络中的多路径优化问题[6];严寒冰等研究了城市交通中的最短路算法[7];杨新苗等设计了以换乘次数最小、出行距离最短为目标的路径选择模型[8];傅冬绵设计了最小换乘的广度优先搜索算法[9]。

文中提出的公交出行目标是基于相关文献对公交乘客出行心理调查的统计结果[8],调查显示换乘次数、出行时间和出行距离是人们选择公交出行依次考虑的

收稿日期:2007-08-09
基金项目:国家自然科学基金重点基金(70431001)
作者简介:侯 刚(1982-),男,辽宁沈阳人,硕士研究生,研究方向为网络地理信息系统;周宽久,博士,副教授,研究方向为知识管理、系统工程。

主要问题。因此，提出换乘次数最少为公交出行目标。在公交网络建模方面，建立由公交数据到拓扑模型再到搜索模型的双层建模体系结构，分别在不同的层次上对公交网络进行分析。对于最小换乘次数的求解，首先通过搜索模型，将两点间最小换乘次数问题转化为最短路径问题进行求解。同时，以经典的 Dijkstra 算法为基础，提出边权值为 1 时 Dijkstra 算法的改进方案，降低了算法的时间复杂度，在此基础上设计了最短路径上的前驱节点算法，并以此为基础设计了基于前驱节点算法的所有最短路径算法，能够在 $O(n^2)$ 时间复杂度内高效的求解两点间的所有最短路径，解决了 Dijkstra 算法只能求解两点间的一条最短路径及传统的 K 最短路径算法时间复杂度偏高的问题。

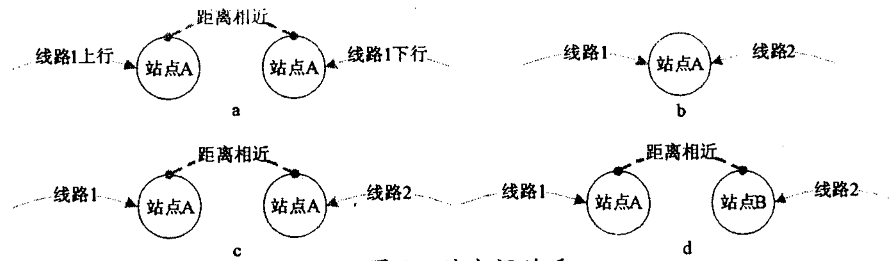

图 1　站点间关系

1　公交网络建模

公交网络建模包含拓扑模型建模和搜索模型建模两方面内容，两种模型分别关注不同的方面。拓扑建模关注于反映公交网络的拓扑结构，合理地反映出空间站点间的关系，方便对换乘路径的分析；搜索模型是在拓扑模型的基础上，对拓扑模型的进一步抽象，以方便搜索算法的执行。

1.1　公交网络拓扑建模

公交网络包含三种实体：公交线路、公交站点和公交站台（多条线路在同一点处设的站点）。在考虑换乘问题时，如果只在公交站台处进行换乘，将大大降低换乘路径的发现。这是由于忽略了在换乘过程中人们可以步行一段距离的情况。因此，进行公交网络拓扑建模时，关键就要把适当距离内可能换车的多个站点抽象成一个节点。

定义 1：空间距离上满足可以步行换乘的公交站点的集合为换乘节点。将能够合并为同一换乘节点的站点空间位置关系总结为以下 4 种情况：

（1）同线路两个方向上的同名站点：这种站点间位置是不重合的，但一般两站之间距离较近（如图 1a）。

（2）不同公交线路的同名站点且站点重合：这种情况与前面提到的公交站台情况相同（如图 1b）。

（3）不同公交线路的同名站点且距离相近：这种站点间距离较近，人们步行换乘时可以接受（如图 1c）。

（4）不同公交线路的不同名站点但距离相近：这种站点间虽位置与名称都不相同，但距离相近，人们步行换乘时可以接受（如图 1d）。

距离相近是个半定量的距离概念，用以描述公交站点间空间位置上的距离关系。根据以上分析，将公交网络拓扑模型描述如下：

定义 2：$G=(V,E)$ 是有向重图，其中：$V=\{v_i \mid 1\leqslant i\leqslant n\}$ 是站点集合，n 是站点数（站点聚集生成换乘节点后的站点数量）；$E=\{e_j \mid 1\leqslant j\leqslant m\}$ 是线路的集合，m 是线路数。

1.2　公交网络搜索模型

公交网络搜索模型是在拓扑模型的基础上，对拓扑模型的进一步抽象，使之适应于搜索算法的执行。拓扑模型中，两点间边的关系代表两点间有线路相连，反映的是两点间的连接关系，因此有几条线路相连，就存在几条边。而搜索模型中边的含义有所改变，两点间边的关系代表两点是否直达，反映的是两点间的直达性，因此两点间应只有一条边相连。由拓扑模型到搜索模型做如下转换：

（1）同线路站点间边的处理（如图 2）。

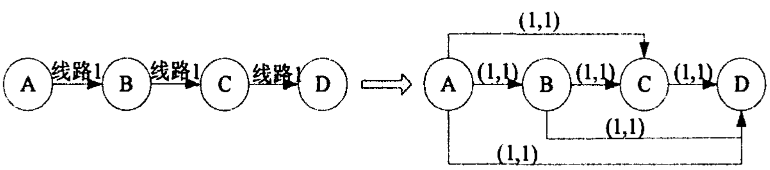

图 2　同线站点处理

（2）两站点间多条线路的处理（如图 3）。

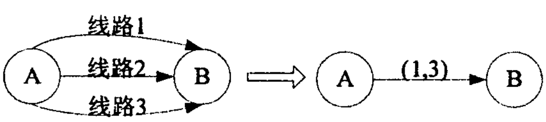

图 3　两站点间多线路处理

根据以上转换，将公交网络搜索模型描述如下：

定义 3：$G=(V,E,w_{i,j}^{z},w_{i,j}^{b})$ 是有向简单赋权图，其中 $V=\{v_i \mid 1\leqslant i\leqslant n\}$ 是节点集合，n 是节点数；$E=\{e_j \mid 1\leqslant j\leqslant m\}$ 是边的集合，m 是边数；$(w_{i,j}^{z},w_{i,j}^{b})$ 为边的权值，$w_{i,j}^{z}$ 代表两点间是否直达，$w_{i,j}^{b}$ 代表两点间的线路数，权值取值如下：

$$w_{i,j}^{z}=\begin{cases}1(i,j\ \text{直达})\\0(i,j\ \text{不直达})\end{cases}$$

$$w_{i,j}^{b})=\begin{cases}n(i,j\ \text{线路数})\\0(i,j\ \text{无线路})\end{cases}$$

图 G 中最短路径为两点间 $w_{i,j}^{z}$ 值最小的路径。

定理 1:在搜索模型 G 中,两点间的最短路径即为两点间换乘次数最少的路径;如果两点间最短路径长度为 K,则最小换乘次数为 $K-1$。

证明:在搜索模型 G 中,如果两点间有边相连则 $w_{i,j}^{z}$ 的值为 1,因此两点间的最短路径为两点间边数最少的路径,即两点间中间节点最少的路径。又由于每经过一个中间节点就是一次换乘,因此两点间的最短路径即为两点间换乘次数最少的路径。设有节点 v_i、v_j,K 为 v_i、v_j 的最短路径长度。由于拓扑模型中,两点间的边表示两点间的直达关系,v_i、v_j 最短路径长度为 K,代表 v_i、v_j 最短路径上有 K 条边依次相连,则 v_i、v_j 间有 $K-1$ 个中间节点,因此,需要 $K-1$ 次换乘。

2 搜索算法

由公交网络建模可得,在搜索模型 G 中,两点间的最短路径即为两点间换乘次数最少的路径。因此,在搜索模型 G 中应用最短路径算法,即可找到换乘次数最少的路径。两点间的最短路径以 Dijkstra 算法最为经典,但 Dijkstra 算法只能求出两点间的一条最短路径,不能求出两点间的所有最短路径。为求解所有最短路径,文中通过对 Dijkstra 算法的改造,生成边权为 1 的 Dijkstra 算法,以降低算法的时间复杂度。同时,以边权为 1 的 Dijkstra 算法为基础,设计前驱节点算法,用以求解起讫点间最短路径上中间节点。最后应用前驱节点算法设计了构造最短路径树的所有最短路径算法,求解出起讫点间的所有最短路径。

2.1 改进的边权值为 1 的 Dijkstra 算法

算法步骤如下:

(1)置 $d(v_o)=0, d(v_i)=\infty(i=1,2,\cdots,n); K=0, S=\{v_o\}, S_0=\{v_o\}$;

(2)第 K 步,$S_{K+1}=\mathrm{Next}_{S_K}\cap\bar{S}, d(v_i)=K+1(i\in S_{K+1}), S=S\cup S_{K+1}$;

(3)若 $|S|=|V(G)|$ 或 $v_d\in S$,算法结束;否则 $K\leftarrow K+1$,转(2);

当算法进行第 K 次迭代时,已有 $S_K=\{v_i\mid d(i)=K\}$ 以及 $S=\{v_i\mid d(i)\leqslant K\}$。$v_o$ 表示起点,v_d 表示终点,v_i 表示图 G 中的一点,Next_{S_K} 表示节点集 S_K 中所有节点的后续节点。

定理 2:如果图 G 是以邻接表的数据结构表示,则本计算方法的时间复杂度为 $O(n+e)$。

证明:算法基本步骤为(2),步骤(2)按层次将节点加入到 S 集中,每次加入的节点都是上次新加入节点的直接后续,相当于对图 G 进行宽度优先遍历,直至终点加入到 S 集。因此,如果采用邻接表存储图 G,根据数据结构知识,算法的时间复杂度为 $O(n+e)$。n 为 G 中节点数,e 为 G 中边数。

2.2 前驱节点算法

定理 3:正权图 G 中 v_i 与 v_j 的最短路径长度一定小于等于其子图 G' 中该两点的最短路径。根据图论知识结论显然成立。

设 v_i 为起点 v_o 和终点 v_d 最短路径上的一点,求解 v_i 在最短路径上的所有前驱节点。算法思想如下:首先求解 v_o 与 v_i 间的最短路径,得出 v_i 的第一个前驱节点。在图 G 中去掉该前驱节点与 v_i 间的边,生成图 G',显然 G' 为 G 的子图。在 G' 中求解 v_o 与 v_i 的最短路径,由定理 3 得,该路径一定大于等于 v_o 与 v_i 在图 G 中的最短路径。如果两路径长度相等,说明该路径也为 G 中 v_o 与 v_i 的最短路径,再次找到 v_i 的前驱节点,重复上述去边等操作;否则 v_i 没有新的前驱节点。

算法步骤如下:

Dijkstra(G, v_o, v_i, P);
$K=\mathrm{dist}(P)$;
$v_{\mathrm{Prev}(v_i)}^{1}=\mathrm{PrevNode}(P, v_i)$;
$\mathrm{PrevList}(v_i)=\{v_{\mathrm{Prev}(v_i)}^{1}\}$;
for($j=1$; $j<m$; j++)
$\{G=G-\{e(v_{\mathrm{Prev}(v_i)}^{j}, v_i)\}$;
Dijkstra(G, v_o, v_i, P);
if($\mathrm{dist}(P)>K$) break;
else
$\{v_{\mathrm{Prev}(v_i)}^{j+1}=\mathrm{PrevNode}(P, v_i)$;
$\mathrm{PrevList}(v_i)=\mathrm{PrevList}(v_i)\cup\{v_{\mathrm{Prev}(v_i)}^{j+1}\}$;
}
}

算法分析:算法循环体的时间复杂度为 $O(n+e)$,共需执行 m 次,m 为节点的入度(一般情况下 m 远小于 e,最坏情况下为 e),因此算法最坏情况下时间复杂度为 $O(e(n+e))$。

2.3 所有最短路径算法

定理 4:正权图 G 中,如果 $P(i)$ 是 v_1 到 v_i 的最短路径,且 $v_j\in P(i)$,则 $P(j)$ 为 v_1 到 v_j 的一条最短路径。

证明:反证法。如果 $P(j)$ 不是最短路径,则存在一条最短路径 $P'(j)$,使得 $d'(j)<d(j)$,这样 $d'(i)=d'(j)+d(j,i)<d(i)=d(j)+d(j,i)$,与 $P(i)$ 是最短路径矛盾。

算法思想:由定理 4 可知,每个最短路径上的点,它到起点的路径也为一条最短路径,即该点到起点的所有最短路径都在起讫点的最短路径之上,也即由前驱节点算法求解的该点的前驱节点也都在最短路径

上,这是所有最短路径算法使用前驱节点算法的基础。

用线性表 PrevList(v_i) 对任意节点 v_i 的前驱节点进行存储。线性表中每个表项包含两个字段 NodeName 和 PrevNodePoint,分别代表节点的名称和指向其自身前驱节点线性表的指针。算法步骤如下:

(1) 输入起点 v_o 和终点 v_d,初始化最短路径树根节点,PrevList(v_d) = NULL;NodeName = v_d,PrevNodePoint → PrevList(v_d)。

(2) 通过前驱节点算法求解 v_i(初始时由 v_d 开始计算)在最短路径上的所有前驱节点,将它们按求解的先后顺序存储在线性表 PrevList(v_i)。由此求出了 v_i 在最短路径树上的子节点。

(3) 再由 PrevList(v_i) 中的节点为父节点分别计算其前驱节点,将求得的前驱节点分别存储在其各自指向的前驱节点线性表 PrevList 中。

(4) 重复执行(2)、(3),直至 PrevList(v_i) = $\{v_o\}$,根据各节点的 PrevNodePoint 指针,构建最短路径树,由叶节点向根节点回溯即为一条最短路径,算法结束。

算法分析:所有最短路径算法以前驱节点算法为基础,对于每个节点找到一个前驱节点需执行一次 Dijkstra 算法,即相当于每找到节点与其前驱节点的一条边须执行一次 Dijkstra 算法。图 G 中有 e 条边,在最坏情况下,所有边都在最短路径上,因此,算法最坏情况的时间复杂度为 $O(e(n+e))$,相当于 $O(n^2)$。

3 实　验

以大连市公交数据为例。大连市现有公交线路 89 条,不同名公交站点 376 个,通过对公交站点聚集生成换乘节点后,共有 314 个站点,用该算法计算上述 314 个站点间的所有乘车方案共需计算 N = 314 * (314 − 1)/2 = 49141,在 P4 机器上运行用时 5min,其计算结果如表 1 所示。

表 1　计算结果

换乘次数	直达	一次换乘	两次换乘	两次以上
计算结果	3636	26418	18473	614
比例	7.4%	53.76%	37.59%	1.25%

由以上数据计算大连市公交平均换乘次数为 n≈1 * 53.76% + 2 * 37.59% = 1.2894 次,根据相关文献的统计数据,大连市公交的平均换乘系数为 1.2[10],文中的计算结果 1.2894 次基本与此相接近;同时算法计算出的乘车方案中,一次换乘、两次换乘的比例很高,两次以上的乘车方案仅占 1.25%,这点也与实际情况相同,也就是说大连市的乘客基本换乘两次以内就可到达城市的任意一点。

上述实验可以得到如下结论:

(1)文中提出的公交网络拓扑建模的策略能够贴近现实地反映出公交网络的实际换乘情况。

(2)搜索模型和搜索算法能够在一定时间内计算出有效乘车方案,能够找到两点间的多种换乘方案。

4 结束语

提出由公交数据到拓扑模型再到搜索模型的双层建模体系结构,这种建模方式的优势在于不同层次的建模关注公交网络不同的方面,同时具有更大的灵活性。在最小换乘次数的求解方面,通过搜索模型的建立将最小换乘次数问题转化为有向图的最短路径问题进行求解。在最短路径的求解上,提出了改进的权值为 1 的 Dijkstra 算法,并以此为基础设计了前驱节点算法,进而设计了基于前驱节点算法的所有最短路径算法,该算法能在 $O(n^2)$ 时间复杂度内对两点间的所有最短路径进行求解。最后,通过实验对建模方案和搜索算法进行验证,证明了建模方案和搜索算法可行。

参考文献:

[1] Anez J, Barra T, Perez B. Dual graph representation of transport networks[J]. Transportation Research Part B, 1996,30(3):209−216.

[2] Choi K, Jan G W. Development of a transit network from a street map database with spatial analysis and dynamic segmentation[J]. Transportation Research Part C,2000(8):129−146.

[3] 黄正东. 公交实体的详细表达及其在出行系统中的应用[J]. 武汉大学学报:工学版, 2003, 36(3):69−75.

[4] 张国伍, 钱大琳. 公共交通线路网多条最短路径算法[J]. 系统工程理论与实践, 1992,12(4):22−26.

[5] Koncz N, Greenfeld J, Mouskos K. A Strategy for Solving Static Multiple Optimal Path Transit Network Problems[J]. Journal of Transportation Engineering, 1996,122(3):218−225.

[6] WU Qiujin, Hartley J. Using K−Shortest Paths Algorithms to Accommodate User Preferences in the Optimization of Public Transport Travel[C]//The 8th International Conference on Applications of Advanced Technologies in Transportation Engineering. U.S: ASCE,2004:181−186.

[7] 严寒冰, 刘迎春. 基于 GIS 的城市道路网最短路径算法探讨[J]. 计算机学报,2000,23(2):210−215.

[8] 杨新苗, 王　炜, 马文腾. 基于 GIS 的公交乘客出行路径选择模型[J]. 东南大学学报:自然科学版,2000,30(6):87−91.

[9] 傅冬绵. 交通系统中最少换乘算法及其实现[J]. 华侨大学学报:自然科学版, 2001,22(4):348−350.

[10] 毛　羿, 吴大为. 大连公共交通的换乘[J]. 城市公共交通, 2003(4):15−16.