MALC的公式在其模型间互模拟下的不变性

余 泉[1],王 驹[2]

(1.黔南民族师范学院 数学系,贵州 都匀 558000;
2.广西师范大学 计算机科学与信息科学学院,广西 桂林 541004)

摘 要:文献[1]中给出了模态描述逻辑的语法与语义,同时给出了两个模型之间的互模拟关系。目前对各种模态描述逻辑系统的研究主要是它们的语法与语义,对其代数性质做研究很少见,然而研究各种模态描述逻辑系统的模型构造,模型之间互模拟、同构等代数性质有重要的理论与现实意义。文中在文献[1]的基础上,定义了模态描述逻辑的可能世界的理论和两个可能世界的等价,继续研究描述逻辑系统的代数性质,得到了的合式公式在模型间互模拟下的不变性。

关键词:互模拟;合式公式;不变性

中图分类号:TP301 **文献标识码**:A **文章编号**:1673-629X(2010)01-0132-03

The Invariant Property of Formulas under Bisimulation Between Its Models

YU Quan[1],WANG Ju[2]

(1.Department of Mathematics,Qiannan Normal University for Nationalities,Duyun 558000,China;
2.College of Computer Science and Information Engineering,Guangxi Normal University,Guilin 541004,China)

Abstract:The syntax and semantics of MALC have been defined in reference[1],and the bisimulation between one and another model has been defined as well. Current research mainly concerns about the syntax and semantics of various modal logic systems, their algebraic properties are neglected. But the algebraic properties such as modal logic modeling, bisimulation between models, isomorphism between models of variety of modal logic system has important theoretical and practical significance. Define the theory of possible worlds and the equivalent of two possible worlds of modal logic system based on reference[1], continue to study the algebraic properties of modal logic system,and get the invariant property of formulas under bisimulation between its models.

Key words:bisimulation;well-defined formulas;invariant

0 引 言

模态描述逻辑系统是在描述逻辑的基础上引入模态算子而得到的逻辑系统,目前对各种模态描述逻辑系统的研究主要是它们的语法与语义[1~4]。国内有部分学者对模态描述逻辑系统的应用进行了研究[5~7],对其代数性质的研究很少见,然而研究各种模态描述逻辑系统的模型构造,模型之间互模拟、同构等代数性质有重要的理论与现实意义。文中在文献[1]的基础上,继续对模态描述逻辑系统MALC的代数性质做探讨,得到了MALC的合式公式在模型间互模拟下的不变性。

1 基本设置

定义1[1,8](模态描述逻辑MALC模型间的互模拟关系):

设 $M=(W,\rhd,D,I)$,$M_1=(W_1,\rhd_1,D_1,I_1)$ 是模态描述逻辑MALC的两个模型,Z 是 $W\times W_1$ 上的一个非空的二元关系,如果 Z 满足:

(1)若 $<w,w'>\in Z$,则 w 和 w' 满足相同的原子公式;

(2)若 $<w,w'>\in Z$ 且 $<w,v>\in\rhd$,则 $\exists v'\in M_1$,使得 $<v,v'>\in Z$, $<w',v'>\in\rhd_1$;

(3)若 $<w,w'>\in Z$ 且 $<w',v'>\in\rhd_1$,则 $\exists v\in M$,使得 $<v,v'>\in Z$, $<w,v>\in\rhd$

则称 Z 为 M 与 M_1 之间的互模拟,记为 Z:

收稿日期:2009-05-07;修回日期:2009-08-23

基金项目:国家自然科学基金(60663001);贵州省自然科学基金(黔教科2008090);贵州省科技厅科学基金项目(黔科合J字[2009]2068号);黔南民族师范学院2008年度院级重点项目(2008zd01)

作者简介:余 泉(1979-),男(蒙古族),贵州思南人,讲师,研究方向为描述逻辑和模态逻辑;王 驹,研究员,博士,研究方向为数理逻辑、人工智能逻辑。

$M \leftrightarrows M_1$。

若M与M_1的可能世界w与w'组成的有序对$< w, w' >$属于一个互模拟Z,则称w与w'互相类似,记为:$w \leftrightarrows w'$。

定义2[1,3,4](MALC的语法)对ALC进行模态扩充所得的逻辑系统记为MALC,其中的概念、角色、合式公式定义如下:

(1)ALC中的任一概念是MALC中的概念,如果C是MALC中的概念,则
$\Box C$和$\Diamond C$是MALC中的概念;

(2)ALC中的任一角色是MALC中的角色,如果R是MALC中的角色,则
$\Box R$和$\Diamond R$是MALC中的角色;

(3)假设C和D是ALC中的概念,R是ALC中的角色,a和b是个体名,则MALC中的原子公式是以下的几种形式:$\top, C \equiv D, R(a,b), a:C$。

MALC的原子公式是MALC的合式公式,如果Ψ和φ是MALC中的合式公式,则$\Box\varphi, \Diamond\varphi, \neg\varphi, \varphi \wedge \Psi$是MALC中的合式公式。

定义3[1] 如果$F = (W, \rhd)$是一个框架,D是一个映射,对$\forall w \in W, D(w)$为一非空集,且任意两个可能世界$w, v, D(w) = D(v)$,则结构$K = (W, \rhd, D)$为常论域框架。一个一阶模态逻辑的常论域模型是一个结构$M = (W, \rhd, D, I)$,其中$K = (W, \rhd, D)$为常论域框架,I是基于该结构上的解释函数。

定义4[1,6](MALC的语义)给定MALC的一个常论域模型$M = (K, I)$,设可能世界$w \in W$,则概念C、角色R的解释,以及合式公式ϕ在可能世界w中的真值归纳地定义如下:

(1)$\top^{I,w} = D$, $\bot^{I,w} = \emptyset$, $C^{I,w} = C_i^{I,w}$, $R^{I,w} = R_j^{I,w}$,如果$C = C_i, R = R_j$;

(2)$< x, y > \in (\Diamond R)^{I,w}$,当且仅当,$\exists v$使得$w \rhd v$且$< x, y > \in (R)^{I,v}$;

(3)$< x, y > \in (\Box R)^{I,w}$,当且仅当,$\forall v$若$w \rhd v$,则$< x, y > \in (R)^{I,v}$;

(4)$(C \cap D)^{I,w} = C^{I,w} \cap D^{I,w}$;

(5)$(\neg C)^{I,w} = D - C^{I,w}$;

(6)$x \in (\Diamond C)^{I,w}$,当且仅当,$\exists v$使得$w \rhd v$且$x \in C^{I,v}$;

(7)$x \in (\Box C)^{I,w}$,当且仅当,$\forall v$若$w \rhd v$,则$x \in C^{I,v}$;

(8)$x \in (\exists R.\top)^{I,w}$,当且仅当,$\exists y < x, y > \in R^{I,w}$;

(9)$x \in (\exists R.C)^{I,w}$,当且仅当,$\exists y \in C^{I,w} \wedge < x, y > \in R^{I,w}$;

(10)$M, w \models C \equiv D$,当且仅当,$C^{I,w} = D^{I,w}$;

(11)$M, w \models a:C$,当且仅当,$a^{I,w} \in C^{I,w}$;

(12)$M, w \models aRb$,当且仅当,$a^{I,w} R^{I,w} b^{I,w}$;

(13)$M, w \models \Diamond\varphi$,当且仅当,$\exists v$使得$w \rhd v$且$M, v \models \varphi$;

(14)$M, w \models \Box\varphi$,当且仅当,$\forall v$若$w \rhd v$则$M, v \models \varphi$;

(15)$M, w \models \phi \wedge \varphi$,当且仅当,$M, w \models \phi$且,$M, w \models \varphi$;

(16)$M, w \models \neg\varphi$,当且仅当,$M, w \not\models \varphi$;

(17)$M, w \models \phi \vee \varphi$,当且仅当,$M, w \models \phi$或者$M, w \models \varphi$;

(18)$M, w \models \phi \rightarrow \varphi$,当且仅当,若$M, w \models \phi$,则$M, w \models \varphi$;

MALC的一概念C在模型M中可满足当且仅当存在模型M的一个可能世界w,使得$C^{I,w} \neq \emptyset$;对于一个合式公式φ,如果存在一个模型M的一个可能世界w,使得$w \models \varphi$,则称公式φ是可满足的。

定义5　设$M = (W, \rhd, D, I)$为模态描述逻辑MALC的模型,w为M的可能世界,w的理论(记为:$T(w)$)为被w满足的合式公式的集合,即:$T(w) = \{\varphi \mid M, w \models \varphi\}$。

定义6　设M与M_1为模态描述逻辑MALC的两个模型,w与w_1分别为M与M_1的可能世界,如果$T(w) = T(w_1)$,则称w与w_1等价,记为:$w \leftrightsquigarrow w_1$。

2　主要结论

定理1　设$M = (W, \rhd, D, I)$, $M_1 = (W_1, \rhd_1, D_1, I_1)$为模态描述逻辑MALC的两个常论域模型,对$\forall w \in W$和$\forall w_1 \in W_1$,如果$w \leftrightarrows w_1$,则有$w \leftrightsquigarrow w_1$,即MALC的合式公式在互模拟下具有不变性。

证明:(归纳于φ的结构)由定义5与定义6知,要证明$w \leftrightsquigarrow w_1$,只需证明对MALC的任意的合式公式$\varphi$有$M, w \models \varphi$当且仅当$M_1, w_1 \models \varphi$即可。

假设C, D是ALC中的概念,R是ALC中的角色,a, b是个体名。由于$w \leftrightarrows w_1$,设Z为M到M_1的互模拟,则有$< w, w_1 > \in Z$。

始基:若φ为$\top$,则有$M, w \models \top$当且仅当$M_1, w_1 \models \top$;

若φ为$C \equiv D$,由于$< w, w_1 > \in Z$,而$C \equiv D$是MALC的原子公式,由互模拟Z的定义知:$M, w \models C \equiv D$当且仅当$M_1, w_1 \models C \equiv D$;

若φ为$R(a,b)$,由于$< w, w_1 > \in Z$,而$R(a, b)$是MALC的原子公式,由互模拟Z的定义知:M,

$w \models R(a,b)$ 当且仅当 $M_1, w_1 \models R(a,b)$;

若 φ 为 $a:C$,由于 $< w, w_1 > \in Z$,而 $a:C$ 是 MALC 的原子公式,由互模拟 Z 的定义知:$M, w \models a:C$ 当且仅当 $M_1, w_1 \models a:C$;

当 φ 含有逻辑连接词时,假设比 φ 短的所有合式公式,命题都成立。

归纳:若 φ 为 $\varphi_1 \wedge \varphi_2$,由归纳假设有:$M, w \models \varphi_1$ 当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi_1$,$M, w \models \varphi_2$,当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi_2$,而根据定义 4,有 $M, w \models \varphi_1 \wedge \varphi_2$ 当且仅当 $M, w \models \varphi_1$,且 $M, w \models \varphi_2$,当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi_1$,且 $M_1, w_1 \models \varphi_2$,当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi_1 \wedge \varphi_2$;

若 φ 为 $\varphi_1 \rightarrow \varphi_2$,由归纳假设有:$M, w \models \varphi_1$,当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi_1$,$M, w \models \varphi_2$,当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi_2$,而根据定义 4 知:$M, w \models \varphi_1 \rightarrow \varphi_2$ 当且仅当若 $M, w \models \varphi_1$,则 $M, w \models \varphi_2$,当且仅当若 $M_1, w_1 \models \varphi_1$,则 $M_1, w_1 \models \varphi_2$,当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi_1 \rightarrow \varphi_2$;

若 φ 为 $\neg \varphi_1$,由归纳假设有:$M, w \models \varphi_1$,当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi_1$,从而有 $M, w \not\models \varphi_1$,当且仅当 $M_1, w_1 \not\models \varphi_1$,而根据定义 4 知:$M_1, w_1 \models \neg \varphi_1$,当且仅当 $M, w \not\models \varphi_1$,当且仅当 $M_1, w_1 \not\models \varphi_1$,当且仅当 $M_1, w_1 \models \neg \varphi_1$;

若 φ 为 $\Diamond \varphi_1$,假设 $M, w \models \Diamond \varphi_1$,则根据定义 4 有:$\exists v \in M$,使得 $< w, v > \in \triangleright$ 且 $M, v \models \varphi_1$,因为 $w \leftrightarrows w_1$,即 $< w, w_1 > \in Z$,根据定义 1 的(2)知 $\exists v_1 \in M_1$,满足 $< w_1, v_1 > \in \triangleright_1$,且 $< v, v_1 > \in Z$。由 $< v, v_1 > \in Z$ 和归纳假设知:由 $M, v \models \varphi_1$,有 $M_1, v_1 \models \varphi_1$,而 $< w_1, v_1 > \in \triangleright_1$,所以有 $M_1, w_1 \models \Diamond \varphi_1$;

另一方面,假设 $M_1, w_1 \models \Diamond \varphi_1$,则根据定义 4 有:$\exists v_1 \in M_1$,使得 $< w_1, v_1 > \in \triangleright_1$,且 $M_1, v_1 \models \Diamond \varphi_1$,因为 $w \leftrightarrows w_1$,即 $< w, w_1 > \in Z$,根据定义 1 的(3)知 $\exists v \in M$,满足 $< w, v > \in \triangleright$,且 $< v, v_1 > \in Z$。由 $< v, v_1 > \in Z$ 和归纳假设知:由 $M_1, v_1 \models \varphi_1$,有 $M, w \models \varphi_1$,而 $< w, v > \in \triangleright$,所以有 $M, w \models \Diamond \varphi_1$,

所以 $M, w \models \Diamond \varphi_1$ 当且仅当 $M_1, w_1 \models \Diamond \varphi_1$。

因为 $\vee$,$\Box$ 可以用 $\neg$,$\wedge$ 和 $\Diamond$ 定义,所以当 φ 为 $\Box \varphi_1$ 或者为 $\varphi_1 \vee \varphi_2$ 时,有 $M, w \models \Box \varphi_1$ 当且仅当 $M_1, w_1 \models \Box \varphi_1$ 和 $M, w \models \varphi_1 \vee \varphi_2$ 当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi_1 \vee \varphi_2$ 成立。

综合以上证明知,当 $w \leftrightarrows w_1$ 时,对任意的 MALC 中的合式公式 φ,都有 $M, w \models \varphi$ 当且仅当 $M_1, w_1 \models \varphi$,即有 $T(w) = T(w_1)$,从而有 $w \leftrightsquigarrow w_1$,即定理成立。

3 结束语

模态描述逻辑 MALC 比描述逻辑 ALC 有较强的表达能力,模态描述逻辑可以作带不确定信息的语义 Web 的逻辑基础[5]。

文献[7]中已经定义了模态逻辑中模型间同态映射、强同态映射、同构映射、有界态射以及模态逻辑公式的不变化性。对已构造好的模态描述逻辑的一些模型,讨论模型间的关系及在其模型下合式公式的不变性应该是件比较有意义的事情。从理论上讨论模态描述逻辑 MALC 的合式公式在其模型间互模拟关系下的不变性,为可满足性检测和模型检测提供了理论根据。

作为文章的后续工作,将讨论模态描述逻辑 MALC 的合式公式在模型间同构、有界态射等关系下的不变性。

参考文献:

[1] 余 泉,王 驹.模态描述逻辑的模型[J].南京大学学报,2007,24(2):1-8.

[2] 程天笑,潘正华.具有两种否定的描述逻辑系统[J].计算机工程与科学,2008,30(11):65-67.

[3] Baader F, Ohlbach H J. A multi - dimensional terminological knowledge representation language[J]. Applied Non - Classical Logics,1995(5):153-197.

[4] Wolter F, Zakharyaschev M. Modal description logics: modalizing roles[J]. Fundamental Information, 1999(39):411-438.

[5] 刘 磊,张 波.基于语义关键词的本体特征指数获取方法研究[J].计算机技术与发展,2008,18(12):141-143.

[6] 蒋运承,王 驹,汤 庸,等.描述逻辑 μALCQO 的语义及推理[J].软件学报,2009(3):495-499.

[7] 李 勇,杨放春,苏 森.基于时态描述逻辑的 Web 服务行为配备[J].高技术通讯,2007,17(11):1112-1115.

[8] Blackburn P, de Rijke M, de Venema Y. Modal Logic[M]. Cambridge: Cambridge University Press,2001:50-122.

中国计算机学会会刊、中国科技核心期刊
《计算机技术与发展》欢迎订阅,邮发代号:52-127