

一种求解离散优化问题的粒子群算法

邓伟林¹, 胡桂武²

(1. 广东轻工职业技术学院 计算机系, 广东 广州 510300;

2. 广东商学院 数学与计算科学系, 广东 广州 510320)

摘要:粒子群算法在求解连续变量问题有了比较成功的应用,但是对离散变量问题方面的应用研究却相对滞后。针对离散优化问题,提出了一种遗传粒子群算法。算法使用了交叉、变异等遗传算子替代传统粒子群算法的速度-位移公式,克服了传统粒子群算法对组合优化问题编码时出现的信息冗余的问题,提高了搜索效率。应用该算法求解了车辆路径问题,实验结果表明,该算法具有较好的全局收敛能力和较快的收敛速度。在同等条件下,求解效果要明显好于遗传算法和基于速度位移公式的粒子群算法。

关键词:粒子群算法;遗传粒子群算法;遗传算法;车辆路径问题

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2012)05-0116-04

A Particle Swarm Algorithm for Discrete Optimization Problem

DENG Wei-lin¹, HU Gui-wu²

(1. Department of Computing, Guangdong Industry Technical College, Guangzhou 510300, China;

2. Department of Mathematics and Computing Science, Guangdong University of Business Studies, Guangzhou 510320, China)

Abstract: Particle swarm optimization algorithm is successful for solving the problems of continuous variables, but it is not so good for solving the problems of discrete variables. A genetic particle swarm optimization algorithm (GPSO) is proposed for solving the discrete optimization problems. It uses the crossover and mutation operator instead of velocity-displacement operates to update the particles. The problem of information redundancy in solving combinatorial optimization has been overcome. It is used for solving the vehicle routing problem. Experimental results indicate that GPSO has better global convergence and faster convergence rate. In contrast to the GA with the same operators and the PSO based velocity-displacement operates, GPSO has much better performance.

Key words: particle swarm optimization algorithm; genetic particle swarm algorithm; genetic algorithm; vehicle routing problem

0 引言

粒子群优化算法 (Particle Swarm Optimization: PSO) 最早是由 Kennedy 提出^[1]。是一种基于迭代的优化算法。PSO 的基本思想来源于对鸟类的群体行为进行建模和仿真研究结果的启发。在 PSO 中, 每个优化问题的解都是搜索空间中一只“鸟”, 称之为“粒子”。所有的粒子都有一个由被优化的函数决定的适应值, 每个粒子还有一个速度决定它们飞翔的方向和步长。PSO 算法首先初始化为一群随机粒子 (随机解) 及其速度, 然后通过迭代直到满足停机条件为止。

在每一次迭代中, 粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己的位置和速度。第一个就是粒子本身个体极值 P_i , 另一个极值是全局极值 P_g 。在找到这两个最优值时, 粒子根据如下的公式来更新自己的速度和位置:

$$V_i(t+1) = wV_i(t) + c_1 \text{rand}() (P_i - X_i(t)) + c_2 \text{rand}() (P_g - X_i(t))$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1) \quad (1)$$

其中, $V_i(t)$ 是粒子 i 在第 t 代的速度, $X_i(t)$ 是粒子 i 第 t 代的位置。rand() 是介于 (0, 1) 之间的随机数, c_1, c_2 是学习因子, 通常在 (0, 2) 间取值。 w 是惯性因子。

目前, PSO 算法在很多连续优化问题中得到成功应用, 而在离散问题上却没有得到有效的解决。大部分算法求解组合优化等离散问题的做法都是将算法的连续的编码空间通过截取去整^[2,3]、大小排序^[2,4]等方法映射到问题的解空间, 但是这种映射很明显是多对一的映射, 这使得算法在搜索的过程中必然会造成大

收稿日期: 2011-10-26; 修回日期: 2012-02-02

基金项目: 广东省自然科学基金 (06301003); 广东轻工职业技术学院科研启动基金 (KY200817)

作者简介: 邓伟林 (1980-), 男, 广东韶关人, 讲师, 博士生, CCF 会员, 研究方向为粒子群算法、遗传算法、群体智能; 胡桂武, 教授, 博士, CCF 高级会员, 研究方向为人工智能、生物信息学、数据挖掘。

量的重复搜索,这将严重地影响了算法的效率。并且,在离散问题,特别是组合优化的问题中,比如旅行商问题、车辆路径问题,它们往往是基于排序的,而传统粒子群算法的编码却没能反映出这一层的关系。因此,基于速度位移公式(1)的粒子群算法编码存在信息冗余,这就使得算法会产生大量的无效搜索,这也就是传统粒子群算法在求解离散问题效果不佳的主要原因。

1 遗传粒子群算法(GPSO)

为了提高粒子群算法对离散问题的求解性能,需要提出一种适合对离散问题编码的粒子群算法。注意到遗传算法是一种基于粒子(染色体)位置变异、置换、插入等位运算的进化算法,这种编码及其运算规则方式非常适合描述和求解离散问题,且事实上遗传算法及其改进算法也确实在离散问题的求解中有成功的应用。

同时,注意到传统的粒子群算法的速度位移公式也蕴含着遗传算子的操作。

(1)隐含的变异算子:速度项代表了粒子进行全局搜索的方向和步长,相当于是遗传算法的染色体的变异操作。

(2)隐含的交叉算子:当前粒子从与个体最优解和全局最优解中获取信息,相当于是遗传算法中与优秀染色体做交叉操作。

(3)隐含的选择算子:在遗传算法的迭代中通常是通过轮盘赌等方法选择适应度大的个体进行交叉操作,而粒子群中则是用群体中每个个体和个体最优及全局最优进行交叉操作。这也相当于是隐含了遗传算法中的选择操作。

基于以上分析,采用遗传算子来代替粒子的更新公式,提出一种导入遗传算子改进的遗传粒子群算法框架。算法描述如图 1 所示:

Step1:初始化所有相关参数,随机初始化所有粒子。
Step2:计算所有粒子的适应度。保存粒子个体的最优解以及群体的最优解。
Step3:对每一个粒子做如下操作:
Step3.1:以概率 $C1 * rand()$ 与个体最优解进行交叉操作。
Step3.2:以概率 $C2 * rand()$ 与全局最优解进行交叉操作。
Step3.3:以概率 w 进行变异操作。
Step4:计算新一代个体的适应度,更新一代个体最优解及其全局最优解。
Step5:判断是否满足停机条件,如果没有跳转至 Step3,否则停机。

图 1 遗传粒子群算法的流程

针对求解的各种具体问题,可以根据它们各自的特点设计出合适的遗传算子:交叉算子和变异算子,构造出求解具体问题的 GPSO。下面以求解车辆路径问

题为例,来测试 GPSO 算法的性能。

2 求解车辆路径问题

车辆路径问题(vehicle routing problem,简称 VRP)在现今现代物流业快速发展的时代中具有非常重要的现实意义。解决好了这个问题,就可以降低物流企业的成本,提高企业运营效率。

VRP 已经被证明是一个 NP-Complete 的问题^[5]。求解此类问题,通常是采用以下两类方法:一类是局部启发式算法,比如 2-opt, LK 算法等,这类算法的优点是可以高效率地寻找到局部最优解,但是缺点是过分依赖具体的问题,也容易陷入局部最优;另一类是智能优化算法,比如遗传算法^[6,7]、粒子群算法^[8,9]等等。这类方法独立于问题,目前用此类方法求解 NPC 的问题已经取得一定的成果。

2.1 VRP 的数学模型

VRP 描述为有一个配送中心,向 k 个客户点送货。第 i 个顾客点的需求量为 $g_i (i = 1, 2, \dots, k)$,由配送中心派出载重量分别为 q_m 的 m 辆车来承运,每个客户仅有一辆车为它服务。将货物运往各个顾客点,最后回到配送中心。已知 $g_i < q_m$,求满足各顾客点需求的最短行程路线。

C_{ij} 表示点 i 到点 j 的运输成本、时间、路程、花费等。文中用节点间的距离来表示 C_{ij} 。配送中心编号为 0,各客户编号为 $i (i = 1, 2, \dots, k)$,各车的编号为 $s (s = 1, 2, \dots, m)$,其中 m 表示配送需要的车辆总数。设

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{车 } s \text{ 由 } i \text{ 开往 } j \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (2)$$

$$y_{is} = \begin{cases} 1, & \text{点 } i \text{ 的运输任务由车 } s \text{ 完成} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (3)$$

建立如下以行驶路径最短作为目标函数的数学模型^[10]:

$$\min z = \sum_{i=0}^k \left(\left(\sum_{j=0}^k \sum_{s=1}^m c_{ij} x_{ij} \right) + P * \max \left(\sum_{s=0}^m (g_i y_{is} - q_s), 0 \right) \right) \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^k g_i y_{is} \leq q_s; \forall s \quad (5)$$

$$\sum_{s=1}^m y_{is} = 1 \begin{cases} 1 (i = 1, 2, \dots, k) \\ m; (i = 0) \end{cases} \quad (6)$$

$$\sum_{i=0}^k x_{ij} = y_{js}; (j = 1, \dots, k; \forall s) \quad (7)$$

$$\sum_{j=0}^k x_{ij} = y_{is}; (i = 1, \dots, k; \forall s) \quad (8)$$

在上述模型中, q_s 表示车辆 s 的最大承载量;式(4)是目标函数, P 是一个大整数,用罚函数的方法限制超载;式(5)描述车辆的最大载重约束;式(6)保证每个客户运输任务仅仅由一辆车完成,而所有的任务

最多由 m 辆车协同完成。式(7)和式(8)表示对任何由 s 服务的客户 j , 必定有且只有一个由 s 服务的客户 i (包括配送中心), 车辆 s 是从客户 i 到达客户 j , 而对由 s 服务的客户 i 同样存在由 s 服务的另一客户 j , 车辆是从该客户 j (包括配送中心) 到达客户 i 的, 依此类推。

2.2 求解 VRP

2.2.1 VRP 的编码

VPR 的编码中需要反映出两个信息: 每辆车负责哪些客户及每辆车服务客户点的顺序。于是给出 CVRP 可行解的整数序列编码: 假设配送中心最多有 m 辆车, 有 n 个客户需要服务, 那么用一个 $(m+n-1)$ 维的向量来表示 CVRP 的一个可行解。用零表示配送中心, 其它表示送货点。例如整数序列编码 $(4, 2, 0, 3, 5, 1)$ 则表示两辆车执行运送任务, 它们访问顺序分别为 $0 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 0, 0 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ 。

2.2.2 交叉算子 Crossover(X_i, P)

随机选取个体最优或者全局最优解 P 的某条路线中的片断 $R = \{R1, R2, \dots, Rn\}$, 插入到 X_i 中客户 d 后面 (其中客户 $d \notin R$, 且客户 d 和客户 $R1$ 的距离最小), 然后在 X_i 原路线中删除 $R1, R2, \dots, Rn$ 。例如: 设 $X_i = (4, 0, 7, 5, 0, 8, 1, 3, 0, 6, 2)$; $P = (1, 2, 0, 5, 4, 3, 0, 8, 7, 6, 0)$, 并假设随机选取的优秀解 P 中的片段为 $R = (4, 3)$, 与客户 $R1 = 4$ 距离最近的是客户 7。则交叉运算如图 2 所示:

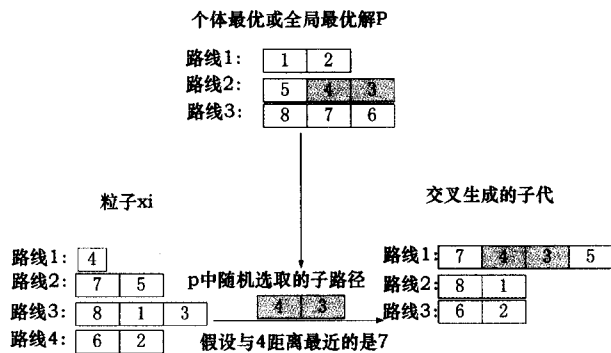


图 2 交叉算子示例图

从上图可以看出: $Crossover(X_i, P) = (7, 4, 3, 5, 0, 8, 1, 0, 6, 2, 0)$ 。很明显, 原来的 X_i 中的路线 1 被清空了, 原来 4 辆车完成运送任务变成了 3 辆车来完成。这个 Crossover 算子使得 X_i 可以从 P 中学习到的优秀路线片断。

2.2.3 变异算子

GPSO 随机选取以下任意一种变异算子。

1) 交换算子 swap: 随机选取个体中的两个客户, 然后交换它们。

2) 插入算子 insert: 随机选择某条路线上的片断 R , 客户 i ; 然后把片断 R 移到客户 i 的后面。

3) 翻转算子 invert: 随机选择某条路线中的某个片断, 然后翻转它。

2.3 实验结果

文中以 Augerat 测试数据库^[11]作为本实验的测试数据, 使用 Matlab2008 在 Intel P4 的 PC 上编程。参数为: 最大迭代次数 maxgen = 2000; 群体数目 popsize = 50; 两个交叉概率 pc = [0.8 0.75]。变异概率 $w = 0.15$ 。每个案例测试 10 次。图 3 给出了同等条件下 (相同参数, 相同遗传算子) 的文中算法、遗传算法、粒子群算法求解 Augerat 数据库中的 A-n32-k5 案例的收敛曲线。

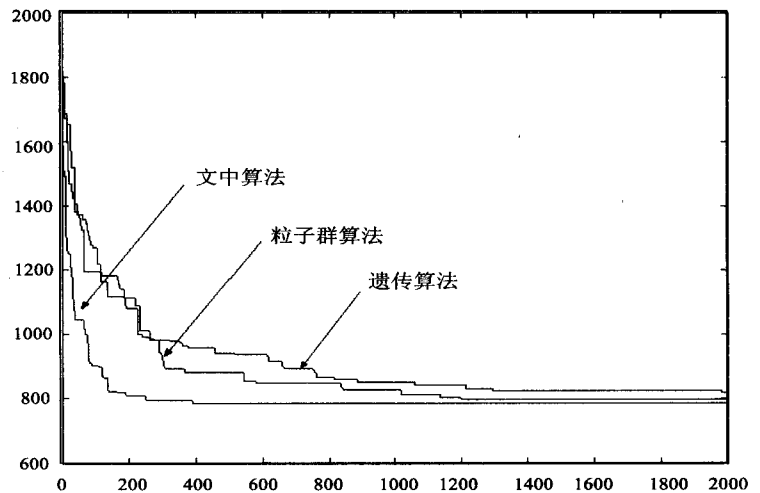


图 3 GPSO, GA, PSO 求解 A-n32-k5 的收敛曲线

从上图可以看出: 文中算法在 392 代求出已知最优解, 粒子群算法和遗传算法在 2000 代内均未求得目前已知最优解。

其它案例的实验结果如表 1 所示。从表中可以看出文中算法均可以求出所有测试用例的已知最优解, 求得已知最优解的概率均不小于 60% (不少于 6 次), 而且平均值对最优解误差控制在 2.7% 内, 其它数据也显示, 文中算法求解结果要明显好于同等条件下的遗传算法和基于速度位移公式的粒子群算法。

3 结束语

文中针对传统粒子群算法在求解离散问题的过程中存在信息冗余和信息缺失、求解效果不佳的问题, 提出一种导入交叉算子和变异算子的遗传粒子群算法。为了验证该算法的有效性, 求解了 VRP 问题。实验结果表明, 文中算法可以快速求到 Augerat 测试数据库中大部分案例的已知最优解, 算法具有较好的全局搜索能力和较快的收敛速度。在同等条件下, 文中算法明显好于遗传算法和基于速度-位移公式的粒子群算

表 1 对 Augerat 测试数据库若干用例求解结果(每个案例做 10 次测试)

测试用例	已知的最优解	文中算法(GPSO)			遗传算法(GA)			粒子群算法(PSO)		
		所求的最优解	平均最优解	求得已知最优解次数	所求的最优解	平均最优解	求得已知最优解次数	所求的最优解	平均最优解	求得已知最优解次数
A-n32-k5	784	784	784	10	784	795.3	6	784	790.1	7
A-n33-k5	661	661	661	10	661	677.7	4	661	673.1	3
A-n54-k7	1167	1167	1177.6	8	1167	1196.6	5	1167	1206.0	3
A-n69-k9	1159	1159	1191.3	6	1186	1238.0	0	1169	1228.1	0
A-n80-k10	1764	1764	1799.4	6	1788.6	1835.3	0	1796.8	1846.8	0

法。

针对求解的各种具体的离散问题,可以根据它们各自的特点设计出合适的遗传算子:交叉算子和变异算子,从而构造出求解具体问题的 GPSO。因此文中算法还可以用来求解诸如旅行商问题、指派问题、作业调度问题等其他离散问题。

参考文献:

[1] Eberhart R, Kennedy J. A New Optimizer Using Particles Swarm Theory[C]//Proc of 6th Int Symposium on Micro Machine and Human Science. Nagoya: IEEE Service Center, 1995:39-43.

[2] Salman A, Ahmad I. Particle swarm optimization for task assignment problem[J]. Microprocessors and Microsystems, 2002,26(8):363-371.

[3] 徐杰,黄德先.基于混合粒子群算法的多目标车辆路径研究[J].计算机集成制造系统,2007,13(3):573-584.

[4] 张念志,吴耀华.基于车辆路径问题的带近邻因子的粒子

群算法[J].计算机工程与应用,2008,44(32):216-219.

[5] Laporte G. The vehicle routing problem: an overview of exact and approximation algorithms[J]. European Journal of Operational Research, 1992,5(9):345-358.

[6] 檀庭方.基于自适应免疫遗传算法的VRP问题的研究[J].计算机技术与发展,2007,17(6):74-76.

[7] 余玥,胡宏智.基于改进遗传算法的物流配送路径求解[J].计算机技术与发展,2009,19(3):52-54.

[8] 赵传信,张雪东,季一木.改进的粒子群算法在VRP中的应用[J].计算机技术与发展,2008,18(6):240-242.

[9] 陆琳,谭清美.一类随机需求VRP的混合粒子群算法研究[J].系统工程与电子技术,2006,28(2):244-247.

[10] Alba E, Dorronsoro B. Solving the Vehicle Routing Problem by Using Cellular Genetic Algorithms[C]//Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization. Portugal: Springer-Verlag, 2004:11-20.

[11] Ralphs T. Vehicle Routing Data Sets[EB/OL]. 2003-10-03. <http://www.branchandcut.org/VRP/data>.

(上接第 115 页)

标检测算法[J].计算机技术与发展,2011,21(2):140-146.

[2] 刘伟,王建平,张崇巍.一种移动机器人对运动目标的检测跟踪方法[J].计算机技术与发展,2009,19(4):105-111.

[3] Huang S S, Fu L C, Hsiao P Y. Region-level motion-based background modeling and subtraction using MRFs[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007,16(5):1446-1456.

[4] 刘翔,吴谨,祝愿博,等.基于视频序列的目标检测与跟踪技术研究[J].计算机技术与发展,2009,19(11):179-182.

[5] Stauffer C, Grimson W E L. Learning patterns of activity using real time tracking[J]. IEEE Trans on PAMI, 2000,22(8):747-757.

[6] 李新仕,王天江,刘芳.基于高斯混合模型的视频运动对象自动分割算法[J].计算机科学,2009,36(1):205-207.

[7] Elgammal A, Harwood D, Davis L. Non-parametric model for background subtraction[C]//The 6th European Conference on Computer Vision. Dublin, Ireland: [s. n.], 2000:751-767.

[8] 毛燕芬,施鹏飞.一种用于运动目标检测的多模态非参数背景模型[J].上海交通大学学报,2005,39(S1):134-137.

[9] 孙剑芬.基于高斯核密度估计的运动目标检测新方法[J].计算机技术与发展,2010,20(8):45-48.

[10] 马振华.现代应用数学手册:概率统计与随机过程卷[M].北京:清华大学出版社,2002.

[11] Kornprobst P, Deriche R, Aubert G. Image sequence analysis via partial difference equations[J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 1999,11(1):5-26.

[12] 金挺,周付根,白相志.利用核密度估计的空基视频运动目标检测[J].红外与激光工程,2011,40(1):153-158.