

# 基于混沌局部搜索的粒子群算法及其应用

刘道文, 杨拥军

(许昌学院 电气机电工程学院, 河南 许昌 461000)

**摘要:**为提高混沌优化搜索结果的精度,在以粒子群算法进行全局搜索的基础上,根据全局搜索结果利用混沌优化进行局部搜索,实现在全局范围上搜索最优值。分析局部混沌搜索方法,设计基于混沌局部搜索的粒子群算法的流程,利用混沌优化进行粒子群局部搜索以跳出局部最优搜索区域,避免陷入局部极小值和实现在全局范围上搜索目标函数的最优值。以RMSE误差作为搜索结果精度评价指标,通过Rosenbrock函数算例对基于混沌局部搜索的粒子群算法精度进行分析,并将该算法应用于停车场最优选址实际问题的决策。研究表明,该算法搜索结果相较于混沌优化算法搜索结果具有更高的精度,其数值更逼近理论最优值,验证了其提高搜索结果精度的有效性和在解决实际问题上的可行性。

**关键词:**混沌优化;局部搜索;全局搜索;粒子群算法;最优选址

中图分类号:TP391.9

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2021)04-0216-05

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2021.04.037

## Particle Swarm Algorithm Based on Chaos Local Search and Its Application

LIU Dao-wen, YANG Yong-jun

(School of Electrical & Mechano-Electronic Engineering, Xuchang University, Xuchang 461000, China)

**Abstract:** In order to improve the accuracy of chaos optimization results, based on the global search of particle swarm algorithm, the local search is carried out by using chaos optimization according to the global search results, and the optimal value is searched in the global range. Then we analyze the local chaos search method and design the process of particle swarm algorithm based on the chaos local search. Chaos optimization is used in particle swarm algorithm local search to jump out of the local search area, so as to avoid falling into the local minimum and achieve the optimal value of the objective function in the global range. Taking RMSE error as the accuracy evaluation criteria of search results, the accuracy of particle swarm algorithm based on chaos local search is analyzed by Rosenbrock function example, and subsequently the algorithm is applied to the decision-making of optimal location of parking lot. Proved by the research, the search results of the proposed algorithm have higher accuracy than those of chaos optimization algorithm, and its numerical value is closer to the theoretical optimal value, which verifies the effectiveness of improving the accuracy of the search results and the feasibility of solving practical problems.

**Key words:** chaos optimization; local search; global search; particle swarm algorithm; optimal location

## 0 引言

工程实际问题的决策往往涉及到最优控制或最佳方案选择,在多个备选或可行方案中确定最佳的方案,其实质是通过构建适当的数学模型将决策问题转化为问题状态空间上的全局最小值求解问题<sup>[1]</sup>。在求解问题状态空间上的最优值时通常可以采用局部优化算法和全局优化算法等两大类方法,每类优化算法均包含多种具体的优化方法且各具优缺点,在进行最优化计算时需结合目标问题特点权衡精度、收敛性、搜索能力和迭代量等指标来选择和确定合适和具体的优化方

法<sup>[2]</sup>。一般地,局部优化算法收敛速度快但易陷入局部极小值,全局优化算法通过概率性搜索获得概率意义上的全局最优解但其局部搜索能力较低<sup>[3]</sup>,针对现实中的复杂多极值最优化问题不仅需要在问题状态空间的全局范围内搜索最优解以避免陷入局部极小值,而且需要提高搜索能力以提升算法效率,基本的解决思路是将不同的优化方法结合,充分发挥各自优势形成混合优化方法<sup>[4]</sup>。混沌在相空间上能够不重复地遍历所有状态,在充分长的时间内可以遍历问题状态空间上的每一个点,因此混沌优化的基本思想是利用混

收稿日期:2020-05-02

修回日期:2020-09-04

基金项目:河南省高等学校重点科研项目(16A520070)

作者简介:刘道文(1980-),男,副教授,硕士,研究方向为混沌理论与应用。

混沌遍历特性将混沌变量映射到问题状态空间,将问题状态空间上的最优解搜索过程转化为混沌轨迹的遍历过程<sup>[5]</sup>,实现对问题状态空间的全局搜索以避免陷入局部极小值,但其需要大量的迭代次数才能搜索到满足条件最优值。粒子群优化算法是通过粒子在问题状态空间追随最优粒子进行最优解搜索,其收敛速度快但存在早熟收敛和局部搜索能力差等问题<sup>[6]</sup>。

混沌优化作为最优化理论与应用研究新方向,引起学者广泛关注并从最优化理论、最优化方法以及最优化应用等层面开展了系列研究,已取得一些研究成果和拓展了混沌优化的应用领域。徐亮等<sup>[7]</sup>以混沌扩频信号作为水声信号,利用混沌信号相关性通过相关法提高测距精度;李腾辉等<sup>[8]</sup>提出了一种基于混沌人工鱼群算法的鲁棒保性能控制权值矩阵优化方法,解决了基本人工鱼群算法存在的后期收敛速度慢、易陷入局部最优等缺点;唐菁敏等<sup>[9]</sup>提出了一种基于混沌理论的粒子群优化 LSSVM 参数的短期负荷预测的方法。

## 1 混沌遍历性

混沌是存在于确定性系统中的类随机运动,其运动轨迹始终限定在一个特定的混沌吸引域内,并在充分长的时间内经过混沌吸引域内任何一个状态点而不驻留,如图1所示。由于混沌运动在特定的吸引域内具有的这种不重复性,可采用迭代的方法从某个初始值开始来遍历整个相空间,如图2所示。混沌具有的遍历性、初始值敏感性、类随机性和内在规律性为基于混沌理论的最优化求解提供了理论依据<sup>[10]</sup>。

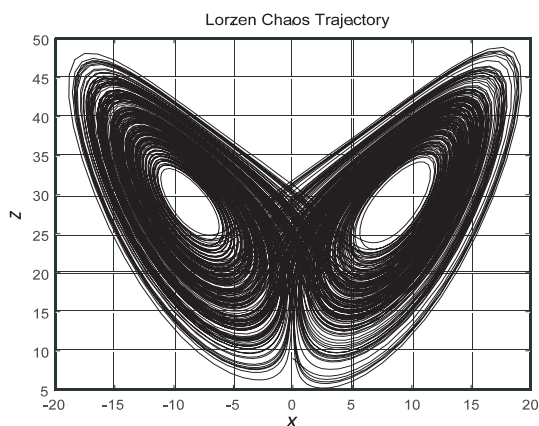


图1 混沌相空间轨迹(x-z平面)

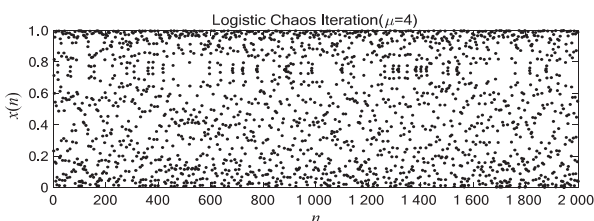


图2 相空间中的混沌迭代序列

## 2 基于混沌局部搜索粒子群算法

混沌优化算法作为一种全局优化算法能够遍历目标函数解空间上的各个点和搜索出目标函数的全局最优值,但该算法尚存在搜索结果精度不高和搜索过程比较耗时等不足,该文提出基于混沌局部搜索粒子群算法以进一步提高最优化搜索结果的精度。

### 2.1 混沌局部搜索

混沌是一种具有内在规律性、貌似随机的非线性现象,具有对初始条件极端敏感性、遍历性和类随机性<sup>[10]</sup>,在充分长的时间内混沌运动可以不重复地遍历相空间中的各个点<sup>[11]</sup>,因此可以利用这种特性进行最优解搜索。粒子群优化算法对目标函数要求低且具有较好的全局寻优能力,被广泛地应用于最优化求解问题,但其也存在早熟收敛和局部搜索能力较弱等不足<sup>[12]</sup>。为克服粒子群优化算法局部搜索能力不足和避免陷入局部极小值,将混沌优化纳入到粒子群优化算法中,利用混沌优化进行粒子群局部搜索以跳出局部最优搜索区域,避免陷入局部极小值和实现在全局范围上搜索最优值<sup>[13]</sup>。利用混沌优化进行粒子群局部搜索的基本思想是将决策变量映射为混沌变量区间迭代产生新的混沌序列值,再将其进行速度和位置更新,并通过目标函数对新解进行评价直至搜索到局部最优值。混沌局部搜索算法过程主要包括混沌变量产生、混沌变量调制到问题空间、利用混沌序列值求解目标函数、最优解判定、二次优化等步骤,具体过程如下<sup>[5]</sup>:

①将决策变量区间映射到混沌变量区间,设 $t$ 时刻的决策变量 $x_i^t (i=1,2,\dots,n)$ ,  $x_i^t \in [x_{\min,i}, x_{\max,i}]$ ,则其映射到混沌变量区间的对应值如式(1)所示:

$$y_i^t = \frac{x_i^t - x_{\min,i}}{x_{\max,i} - x_{\min,i}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

②将 $y_i^t$ 代入式(2)的 Logistic 混沌映射,取 $\mu = 4$ ,迭代产生混沌变量;

$$y_i^{t+1} = 4y_i^t(1 - y_i^t), i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

③将 $y_i^{t+1}$ 按照式(3)转化为决策变量 $x_i^{t+1}$ ;

$$x_i^{t+1} = x_{\min,i} + y_i^{t+1}(x_{\max,i} - x_{\min,i}), i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

④将 $x_i^{t+1}$ 代入目标函数中计算适应值并进行比较,若新解优于当前最优解或者达到最大混沌迭代步数,则将其作为局部搜索结果,否则令 $t = t + 1$ 转向步骤②继续搜索。

一般地,工程技术上的最优化问题往往是带约束条件的数学模型,针对此类求解最大值(最小值)问题在算法实现时可采用如下流程<sup>[14]</sup>:

①约束条件判定:初始向量 $X$ 是0-1均匀分布的随机序列,利用调制方法将其调制到问题空间上的向量Temp\_X中,并将Temp\_X向量代入约束条件判定

函数中以判定当前初始值是否满足约束条件,满足则执行算法后续步骤,否则结束本次执行和重新选择初始值,直至找到满足约束条件的初始值为止;

②在找到满足约束条件初始向量的情况下,利用初始向量计算目标函数的结果 Max\_F,并将其做为最优结果的初始值;

③利用迭代方法生成 Logistic 混沌序列,将其映射到问题空间定义域上,且代入目标函数中计算得到对应的结果 Temp\_F,并将其与 Max\_F 进行比较;若 Temp\_F>Max\_F,则将当前的混沌序列值赋给向量 Max\_X、Temp\_F 赋给 Max\_F;

④判定当前最优解是否满足要求,满足要求则结束,否则,重新产生混沌序列用来初始化向量 X,并在第一次混沌优化得到的搜索空间的基础上进一步缩小搜索范围寻找最优解,进行二次混沌优化,直至搜索到满足要求的最优解。

### 2.2 基于混沌局部搜索粒子群算法流程

粒子群优化算法将每个寻优的问题解看作一个只具有速度和位置的粒子,所有的粒子在 N 维空间通过迭代进行最优搜索,各粒子均由目标函数确定相应的适应值以用来评价当前位置的优劣,在每次迭代中粒子通过跟踪个体当前最佳位置 (pbest) 和粒子群体中全局最佳位置 (gbest) 来确定下一步的运动。

设 X 是 N 维空间上具有 m 个粒子的粒子群,记为  $X = [x_1, x_2, \dots, x_m]$ ,第 i 个粒子在 t 时刻的位置和速度记为  $x_i^t = (x_{i1}^t, x_{i2}^t, \dots, x_{in}^t)$ ,  $v_i^t = (v_{i1}^t, v_{i2}^t, \dots, v_{in}^t)$ ,个体最佳位置为  $p_i^t = (p_{i1}^t, p_{i2}^t, \dots, p_{in}^t)$ ,t 时刻粒子群 X 全局最佳位置为  $p_g^t = (p_{g1}^t, p_{g2}^t, \dots, p_{gn}^t)$ ,确定个体最佳位置  $p_i^t$  和粒子种群全局最佳位置  $p_g^t$  后,各粒子将依据式 (4) 和式 (5) 更新自己的位置和速度<sup>[12]</sup>。

$$v_{id}^{t+1,k+1} = \omega v_{id}^{t,k} + c_1 r_1 (p_{id}^{t,k} - v_{id}^{t,k}) + c_2 r_2 (p_{gd}^{t,k} - v_{id}^{t,k}) \quad (4)$$

$$x_{id}^{t+1,k+1} = x_{id}^{t,k} + v_{id}^{t+1,k+1} \quad (5)$$

式中,  $d \in [1, N], i \in [1, m]$ ,k 为迭代次数,  $r_1, r_2$  为 (0,1) 区间上均匀分布的随机数,  $c_1, c_2$  为学习因子,  $\omega$  为惯性因子。

基于混沌局部搜索的粒子群算法将传统的粒子群算法用于全局搜索,而利用混沌优化进行局部搜索,其实现流程如下<sup>[5,15]</sup>:

①初始化粒子群:用 0-1 均匀分布的随机值初始化各粒子的位置和速度,并设定惯性因子  $\omega$ 、学习因子  $c_1$  和  $c_2$ 、搜索区间  $[x_{\min}, x_{\max}]$ 、最大迭代次数 M、混沌搜索最大步数 MaxC 以及粒子数目 m 等参数。

②通过目标函数计算每个粒子的适应值,评价各粒子的适应度,将当前各粒子的位置和适应值存储在

其对应的 pbest 中,并将全体最优的位置和适应值存储在 gbest 中。

③依据式 (4) 和式 (5) 更新各粒子的位置和速度。

④将各粒子代入目标函数中计算对应的目标函数值,保留粒子群体中一定比例 (p%) 的适应函数值最优的粒子,并对其进行混沌局部搜索,相应地更新各粒子的 pbest 和 gbest。

⑤若混沌局部搜索满足预设精度要求或者达到最大迭代次数,则停止搜索和输出结果,否则转下一步执行。

⑥按照式 (6) 和式 (7) 收缩搜索区域,式中  $r \in (0,1)$ ,  $x_{g,i}$  表示当前 pbest 的第 i 维向量值。

$$x_{\min,i} = \max \{ x_{\min,i}, x_{g,i} - r * (x_{\max,i} - x_{\min,i}) \} \quad (6)$$

$$x_{\max,i} = \max \{ x_{\max,i}, x_{g,i} + r * (x_{\max,i} - x_{\min,i}) \} \quad (7)$$

⑦在收缩后的新区域内随机生成 (1-p%) 比例的粒子替代原粒子群中性能较差的粒子,转步骤②继续执行。基于混沌局部搜索的粒子群算法的实现流程如图 3 所示。

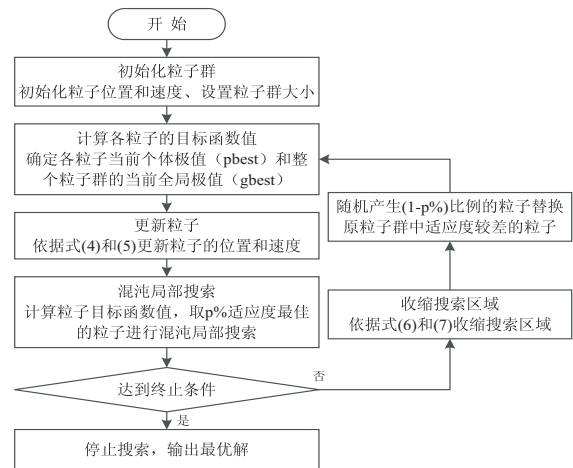


图 3 基于混沌局部搜索的粒子群算法流程

### 3 算例分析

Rosenbrock 函数等高线大致呈抛物线形,如图 4 所示,其全局最小值 0 在香蕉型山谷 (1,1) 点处,但山谷内数值变化较小,不易搜索到该全域最小值,可以用该函数来测试和衡量基于混沌局部搜索的粒子群算法的性能。因此,分别用混沌优化算法和基于混沌局部搜索粒子群算法来对算例 Rosenbrock 函数进行全局寻优,并分析比较二者的搜索结果。

针对基于混沌局部搜索粒子群算法,设置粒子数为 50、学习因子  $c_1$  和  $c_2$  为 2、惯性因子  $\omega$  为 0.8、适应度最佳粒子比例为 20%、最大迭代次数为 8 000、混沌最大迭代步数为 10,并对其进行全局最小值寻优搜索。为对比和评价基于混沌局部搜索的粒子群算法性能,取  $\mu = 4$  的 Logistic 混沌序列利用混沌优化算法对

Rosenbrock 函数进行全局最小值寻优搜索,最大迭代次数设置为 10 000;考虑混沌优化算法在遍历状态空间上相点时需要充分长的时间,同时为保证两种算法在迭代次数上的一致性,利用混沌优化对 Rosenbrock 函数进行全局寻优时,最大迭代次数亦设置为 10 000。为便于直观分析和对比两种优化算法的性能,采用均方根误差 (RMSE) 来衡量搜索结果与理论值的偏差。

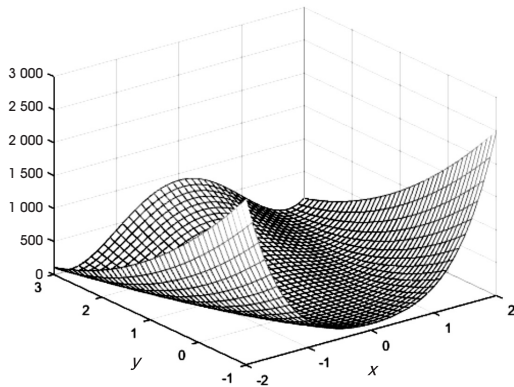


图 4 Rosenbrock 函数

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (s(i) - t)^2} \quad (8)$$

式中,  $s(i)$  是每次寻优搜索的结果,  $t$  是目标函数理论最优值。仿真过程中分别利用两种优化算法对 Rosenbrock 函数随机连续进行 10 次寻优搜索,并计算出相应的均方根误差,两种优化算法搜索结果和均方根误差如表 1 所示。仿真计算结果表明,基于混沌局部搜索的粒子群算法能够较准确地搜索出全局最优值。

表 1 搜索结果与误差分析

混沌优化法		文中算法	
最优点	最优值	最优点	最优值
(1.363 0,0.948 6)	0.015 5	(0.9914,0.981 4)	0.000 3
(1.419 0,0.961 9)	0.000 4	(0.990 8,0.986 3)	0.002 3
(0.674 9,0.832 4)	0.008 2	(0.925 7,0.857 5)	0.005 5
(1.986 0,1.011 0)	0.000 7	(1.024 0,1.049 1)	0.000 6
(0.417 3,1.010 0)	0.000 9	(0.959 8,0.921 6)	0.001 6
(0.959 6,1.015 0)	0.000 7	(0.996 4,0.993 7)	0.000 1
(1.320 0,1.028 0)	0.001 3	(0.994 6,0.991 1)	0.000 4
(1.137 0,0.971 9)	0.000 2	(1.054 9,1.112 5)	0.003 0
(1.563 0,1.118 0)	0.005 1	(0.986 9,0.974 0)	0.000 2
(1.986 0,0.934 5)	0.002 6	(1.019 6,1.039 9)	0.000 4
RMSE 误差	0.005 9	RMSE 误差	0.002 2

#### 4 基于混沌局部搜索粒子群算法应用

随着经济社会的快速发展和人民生活水平的不断提高,国内城市机动车保有量普遍呈现快速增长态势,而当前停车设施的建设却未能很好地满足停车需求的

增加,形成了“停车难”和“停车乱”等社会交通问题,已在相当程度上阻碍了城市交通的健康发展和制约了管理服务水平的持续提升。对于国内大多数城市而言,加强停车设施建设是缓解停车供需结构性矛盾的关键途径,并已成为城市规划和建设的紧迫任务,因此,科学地进行停车场规划能够为规划部门的决策提供有力的支持,具有应用价值和现实意义。

为深化供给侧改革和加大停车设施建设力度,某市规划在 4 个小区周边建设配套的公共停车场,缓解“停车难”的结构性矛盾,城市规划和交通管理部门根据历史数据和经验提供了各小区的坐标和停车场建设的相关指标数据,如表 2 所示,停车场最优选址的目标是要根据这些数据和指标确定单位出行成本最小的停车场建设位置坐标。建模时将各小区抽象成坐标点,将小区到停车场的实际路线长度抽象成二者间的直线距离,依据文献[16]方法,出行单位总成本是各小区到停车场距离与其停车吸引力、权系数积的总和。因此,停车场选址决策问题的优化目标函数可以用式(9)描述。

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^N T_i * \omega_i * \sqrt{(u - x_i)^2 + (v - y_i)^2} \quad (9)$$

式中,  $T_i$  表示各小区的停车吸引力,  $\omega_i$  表示各小区的权系数,  $(x_i, y_i)$  表示各小区坐标,  $(u, v)$  表示停车场最优选址位置坐标,  $f(x)$  表示对应的单位成本值。

表 2 新建小区坐标与相关指标

小区	坐标 (单位:百米)	停车吸引力	权系数
A	(46.4,47.7)	1.67	1.21
B	(42.1,43.9)	0.72	1.24
C	(37.5,45.6)	1.45	1.22
D	(34.3,40.2)	4.59	1.23

根据式(9),代入表 2 数据建立停车场最优选址数学模型,如式(10)所示。

$$\begin{aligned} \min f(x) = & 1.67 * 1.21 * \sqrt{(u - 46.4)^2 + (v - 47.7)^2} + \\ & 0.72 * 1.24 * \sqrt{(u - 42.1)^2 + (v - 43.9)^2} + \\ & 1.45 * 1.22 * \sqrt{(u - 37.5)^2 + (v - 45.6)^2} + \\ & 4.59 * 1.23 * \sqrt{(u - 34.3)^2 + (v - 40.2)^2} \end{aligned} \quad (10)$$

基于混沌局部搜索的粒子群算法进行目标问题求解,在进行停车场最优选址仿真计算时,设置粒子数为 50、学习因子  $c_1$  和  $c_2$  为 2、惯性因子  $\omega$  为 0.8、适应度最佳粒子比例为 20%、最大迭代次数为 9 000、混沌最大迭代步数为 10,对目标函数进行全局最小值寻优搜

索,同时利用混沌优化算法对目标函数进行全局最小值寻优搜索<sup>[17]</sup>。在最优化计算时在程序中设置了 10 次循环执行,相应地得到 10 个坐标点(如图 5 所示)及与其分别对应的单位成本值,并从搜索得到的 10 个单位成本值中确定最优结果。

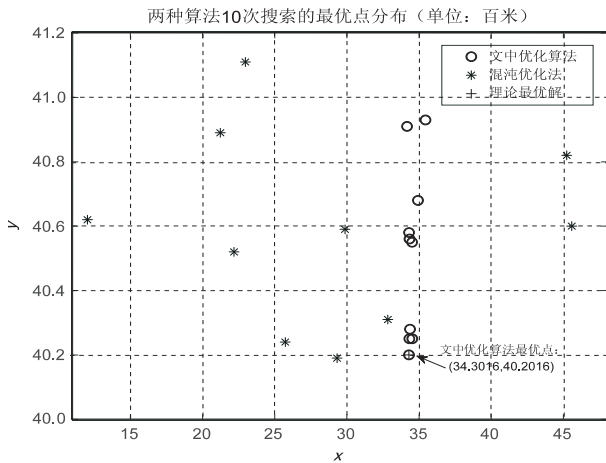


图 5 搜索得到的停车场坐标分布

从图 5 可以看出,基于混沌局部搜索的粒子群算法搜索得到的停车场位置坐标点更接近理论上的最佳位置点。利用式(8)对 10 次优化计算得出的单位成本进行 RMSE 误差分析,结果如表 3 所示,证明了该算法的计算结果优于混沌优化计算结果,更接近理论最优值,且误差分析结果与图 5 所示的停车场坐标分布具有一致性。

表 3 停车场最优选址结果与误差分析

	混沌优化法	文中算法
最优坐标 (单位:百米)	(25.725 3,40.242 8)	(34.301 6,40.201 6)
最优单位成本 (单位:万元)	47.709 9	47.580 5
RMSE 误差	0.957 1	0.898 7

应用研究结果表明,基于混沌局部搜索的粒子群算法提高了优化结果的精度,验证其在停车场最优选址决策上具有可行性和有效性。

## 5 结束语

基于混沌局部搜索的粒子群算法结合混沌优化算法和粒子群优化算法对目标函数进行全局最优化求解,利用粒子群算法进行全局搜索,在此基础上收缩搜索区域并利用混沌优化算法进行混沌局部搜索避免粒子群早熟。仿真研究结果表明,基于混沌局部搜索的粒子群算法搜索结果精度优于混沌优化算法,能够解决停车场最优选址决策问题。但该算法以概率性搜索为基础,蕴含了一定的随机性,难以凭借单次寻优搜索来判定搜索结果为最优解,需要通过连续多次仿真计

算来考查整体寻优情况和确定最优解。因此,该算法的效率仍有待改进和提高,这将作为后续进一步研究的方向。

### 参考文献:

- [1] 张 燕. 基于混沌优化的最优运输路径问题研究[J]. 计算机科学,2017,44(6A):133-135.
- [2] ARORA S,ANAND P. Chaotic grasshopper optimization algorithm for global optimization [ J ]. Neural Computing and Applications,2019,31(8):4385-4405.
- [3] 胡行华. 混沌优化算法的研究及应用[D]. 阜新:辽宁工程技术大学,2005.
- [4] XU Yueting,CHEN Huiling,Heidari A A,et al. An efficient chaotic mutative moth-flame-inspired optimizer for global optimization tasks [ J ]. Expert Systems With Applications, 2019,129( SEP. ):135-155.
- [5] 龚 纯,王正林. 精通 MATLAB 最优化计算[M]. 第 2 版. 北京:电子工业出版社,2012:271-303.
- [6] 刘军民,岳高林. 混沌粒子群优化算法[J]. 计算机应用, 2008,28(2):322-325.
- [7] 徐 亮,赵英亮,王黎明,等. 一种混沌水下定位优化方法研究[J]. 国外电子测量技术,2019,38(11):119-123.
- [8] 李腾辉,谢寿生,彭靖波,等. 混沌人工鱼群的鲁棒保性能控制权重矩阵优化方法[J]. 工程科学学报,2018,40(4): 500-507.
- [9] 唐菁敏,马 含. 基于混沌粒子群优化的微电网短期负荷预测[J]. 云南大学学报:自然科学版,2019,41(6):1123-1129.
- [10] GRASSBERGER P,PROCACCIA I. Measuring the strangeness of strange attractors[J]. Physica D:Nonlinear Phenomena,1983,9(1-2):189-208.
- [11] ALI K M,KHAN M. Application based construction and optimization of substitution boxes over 2D mixed chaotic maps [ J ]. International Journal of Theoretical Physics,2019,58(9):3091-3117.
- [12] 丁 芳,宋小静. 混合粒子群算法在 ETV 调度优化中的应用[J]. 计算机应用与软件,2019,36(8):262-267.
- [13] AMOOSOLTANI N,ZARIFKAR A,FARMANI A. Particle swarm optimization and finite-difference time-domain (PSO/FDTD) algorithms for a surface plasmon resonance-based gas sensor [ J ]. Journal of Computational Electronics, 2019,18(4):1354-1364.
- [14] 刘道文. 基于混沌优化的约束优化问题求解方法实现[J]. 许昌学院学报,2016,35(5):30-34.
- [15] 柴宝仁,谷文成,韩金库. 基于混沌粒子群算法的 Ad Hoc 网络优化研究[J]. 北京理工大学学报,2017,37(4):381-385.
- [16] 胡幼子,李 炜,凌 镭. 停车场规划的分片凸规划—建模、算法及应用[J]. 运筹与管理,2003,12(4):103-106.
- [17] 刘兴高,胡云卿,李国栋,等. 最优化方法应用分析[M]. 北京:科学出版社,2014.