

基于分块CS的梯度追踪算法在重构中的应用

刘艳¹,李雷²

(1. 江苏电子信息职业学院 素质教育部,江苏 淮安 223002;
2. 南京邮电大学 非结构化数据计算理论与应用研究中心,江苏 南京 210046)

摘要:为了解决现有压缩感知图像重构算法中对大规模数据处理复杂度高且计算量大和存储量较大的问题,分别介绍了梯度追踪算法、拟牛顿法和限域拟牛顿法的核心思想并对以上算法的优缺点进行了分析。在分块压缩感知理论的基础上,对梯度追踪(Gradient Pursuit,GP)算法进行改进,通过L-BFGS算法寻找梯度追踪算法中的更新方向并不断修正,将其运用到分块压缩感知的图像重构中,形成了基于L-BFGS方法的GP算法(L-BFGS Method based on GP algorithm,LMGP)。通过对分块后的图像进行单独处理,既避免了牛顿算法中需要进行Hesse矩阵的计算,降低了计算量和复杂度,节省了重构时间,也大大提高了重构效果。该文还对提出的LMGP算法的收敛性进行了分析,并通过LMGP算法对标准图像和一般图像分别进行了重构。仿真实验表明,提出的LMGP算法在重构时间、均方误差及峰值信噪比三个方面均优于其他传统的贪婪算法,说明LMGP算法的重构性能更具有优势。

关键词:分块压缩感知;拟牛顿法;L-BFGS算法;梯度追踪算法;图像重构

中图分类号:TP301.6

文献标识码:A

文章编号:1673-629X(2022)09-0065-05

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2022.09.010

Application of Gradient Pursuit Algorithm Based on Block Compressed Sensing in Image Reconstruction

LIU Yan¹,LI Lei²

(1. Department of Quality Education, Jiangsu Vocational College of Electronics and Information, Huaian 223002, China;

2. Research Center for Theory and Application of Unstructured Data Computing, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210046, China)

Abstract:In order to solve the problem of large data processing complexity and large storage capacity in the existing compressed sensing image reconstruction algorithms, we introduce the core thought of the gradient pursuit algorithm, the quasi-Newton method and the finite domain quasi-Newton law and analyze their advantages and disadvantages. On the basis of block compressed sensing theory, the Gradient Pursuit (GP) algorithm is improved. L-BFGS algorithm is used to find the updated direction in the GP algorithm and continuously modify it, which is applied to the image reconstruction of block compressed sensing. The L-BFGS method based on GP algorithm (LMGP) is formed. By processing the segmented image separately, it not only avoids the Hesse matrix calculation in Newton's algorithm, reduces the computation amount and complexity, saves the reconstruction time, and greatly improves the reconstruction effect. We also analyze the convergence of the proposed algorithm, and analyze the standard image and general image by LMGP. The simulation results show that the proposed algorithm is better than the other traditional greedy algorithm in the reconstruction time, the average error and the peak signal ratio, and the reconstruction performance of the algorithm is more advantageous.

Key words:block compressed sensing theory; quasi-Newton method; L-BFGS algorithm; gradient pursuit algorithm; image reconstruction

0 引言

压缩感知(CS)^[1-3]凭借能够从获得的少量数据中高概率地重构出原始信号的优点,在语音、图像及视

频等方面应用广泛。该理论在图像方面的成果最先体现在Baraniuk教授等人提出的“单像素压缩数码相机^[4]”;随后在核磁共振(MRI)成像^[5]、CT成像^[6]及

收稿日期:2021-08-30

修回日期:2022-12-31

基金项目:江苏省高等学校自然科学基金(20KJD110002)

作者简介:刘艳(1991-),女,硕士,讲师,通讯作者,研究方向为非线性分析及其应用。

雷达遥感成像^[7]中均得到了广泛的应用。

在处理高维图像时,随着数据规模不断增大,Lu 等人提出了分块压缩感知^[8],有效地解决了(CS)中计算量大、计算复杂度高、需要更多存储空间等问题。重构算法是压缩感知理论中的一个重要内容,随着对重构算法研究的深入,传统贪婪迭代算法由于计算量大而导致的重构效果不佳始终是一个需要面对的难题。为了解决这一问题,2008 年,Thomas Blumensath 和 Mike E. Davies 首先提出梯度追踪算法^[9],随后,学者们提出了用优化算法中的最速下降梯度和共轭梯度计算逆矩阵的梯度追踪算法(Gradient Pursuit, GP)^[10]和共轭梯度追踪(Conjugate Gradient Pursuit, CGP)^[11]算法;文献[12-13]分别介绍了变步长的梯度追踪算法及基于拟牛顿法的梯度追踪算法(Quasi-Newton Method based Gradient Pursuit, QNMGP)^[13]。为了充分发挥块压缩感知理论中计算量小和梯度追踪算法中不需要计算逆矩阵的优势,该文将两者结合,并通过具有下降性和二次终止性的 L-BFGS 算法计算更新方向,有效地将 GP 算法的思想运到分块压缩感知中,得到了重构性能更优的算法。

1 研究基础

1.1 压缩感知

1.1.1 压缩感知理论

在压缩感知理论中,如果 N 维信号 \mathbf{x} 是稀疏的,则可以通过 $M \times N (M < N)$ 的观测矩阵 \mathbf{A} 对信号进行观测采样,使得 N 维的信号 \mathbf{x} 在 \mathbf{A} 的观测下形成 M 维的测量向量 \mathbf{y} ,即:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (1)$$

再通过重构算法对观测值进行恢复,就能大概率得到信号的近似重构。

1.1.2 分块压缩感知

将原图 $\mathbf{x} \in R^{N \times N}$ 分割成大小为 $B \times B$ 的互不重叠的 m 个图像块,第 i 块的图像块记作 $\mathbf{x}_i \in R^{B^2}, i = 1, 2, \dots, m$,通过相同的观测矩阵 \mathbf{A}_B 对其进行观测,通过

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{A}_B \times \mathbf{x}_i \quad (2)$$

得到观测值 \mathbf{y}_i ,其中 $\mathbf{A}_B \in R^{M \times B^2}$,因此在整幅图像中观测矩阵 \mathbf{A} 就可以表示成:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_B & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{A}_B \end{pmatrix} \quad (3)$$

1.2 OMP 算法

OMP 算法求解的模型为:

$$\begin{cases} \min_s \|\mathbf{x}\|_0 \\ \text{s. t. } \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\| < \varepsilon \end{cases} \quad (4)$$

在每次迭代时,通过计算当前残量和观测向量中所有原子的内积求得梯度 $\mathbf{g}^n = \langle \mathbf{r}_{n-1}, \mathbf{A} \rangle$,令 $i_n = \operatorname{argmax}_i |g_i^n|$,并将其添加到 T_n 中。

1.3 GP 算法

梯度追踪算法通过求解:

$$\mathbf{x}_{T_n}^n = \mathbf{x}_{T_n}^{n-1} + \mu_n \mathbf{d}_{T_n}^n \quad (5)$$

来估计 $\mathbf{x}_{T_n}^n$, T_n 指包含 n 次迭代的选定元素的索引集合, \mathbf{x}_{T_n} 表示在 T_n 中所对应的 \mathbf{x} 的子向量, $\mu_n = \frac{\langle \mathbf{r}_n, \mathbf{A}_{T_n}^n \rangle}{\|\mathbf{A}_{T_n}^n \mathbf{d}_{T_n}^n\|_2^2}$ 为步长, $\mathbf{d}_{T_n}^n$ 表示更新方向。

1.4 L-BFGS 算法

牛顿法中的搜索方向由公式(6)确定:

$$\nabla^2 f(\mathbf{x}_k) \mathbf{d} = -\nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (6)$$

将目标函数 $f(\mathbf{x})$ 在 \mathbf{x}_{k+1} 点进行 Taylor 展开,得到二阶近似为:

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}_{k+1}) + \nabla f(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k+1}) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k+1})^T \nabla^2 f(\mathbf{x}_{k+1})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k+1}) \quad (7)$$

式(7)两边关于 \mathbf{x} 求梯度,令 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_k$ 得:

$$\nabla f(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla f(\mathbf{x}_k) \approx \nabla^2 f(\mathbf{x}_{k+1})(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k+1}) \quad (8)$$

令:

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k = \nabla f(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla f(\mathbf{x}_k) \quad (9)$$

若 Hesse 矩阵可逆,则式(9)转化为:

$$\mathbf{s}_k \approx [\nabla^2 f(\mathbf{x}_{k+1})]^{-1} \mathbf{y}_k \quad (10)$$

令 n 阶矩阵 $\mathbf{H}_{k+1} \approx [\nabla^2 f(\mathbf{x}_{k+1})]^{-1}$,式(10)取近似为:

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{y}_k \quad (11)$$

称式(11)为拟牛顿方程^[14]。由于式中变量数远大于方程数,故通过对 \mathbf{H}_k 修正求解 \mathbf{H}_{k+1} ,令:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \Delta \mathbf{H}_k \quad (12)$$

Nocedal^[15]提出的 L-BFGS 在一定的条件下,既解决了传统算法计算量较大的问题,也满足了全局收敛性。

BFGS 的逆修正公式为:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{s}_k \mathbf{y}_k^T}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k} \right) \mathbf{H}_k \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{s}_k^T}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k} \right) + \frac{\mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k} \quad (13)$$

$$\text{令 } \rho_k = \frac{1}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k}, \mathbf{V}_k = \left(\mathbf{I} - \rho_k \mathbf{y}_k \mathbf{s}_k^T \right)$$

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{V}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{V}_k + \rho_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T \quad (14)$$

记 \mathbf{H}_0 为初始矩阵,由式(12)可知,通过 L-BFGS 在第 $k+1$ 次迭代可修正矩阵 \mathbf{H}_{k+1} 。

当 $k+1 \leq m$ 时:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{k+1} = & \mathbf{V}_k^T \mathbf{V}_{k-1}^T \cdots \mathbf{V}_0^T \mathbf{H}_0 \mathbf{V}_0^T \cdots \mathbf{V}_{k-1} \mathbf{V}_k + \\ & \mathbf{V}_k^T \cdots \mathbf{V}_1^T \rho_0 \mathbf{s}_0 \mathbf{s}_0^T \mathbf{V}_1 \cdots \mathbf{V}_k + \\ & \vdots \\ & \mathbf{V}_k^T \mathbf{V}_{k-1}^T \rho_{k-2} \mathbf{s}_{k-2} \mathbf{s}_{k-2}^T \mathbf{V}_{k-1} \mathbf{V}_k + \end{aligned}$$

$$V_k^T \rho_{k-1} s_{k-1} s_{k-1}^T V_k + \rho_k s_k s_k^T \quad (15)$$

当 $k + 1 > m$ 时:

$$\begin{aligned} H_{k+1} &= V_k^T V_{k-1}^T \cdots V_{k-m+1}^T H_0 V_{k-m+1}^T \cdots V_{k-1} V_k + \\ &V_k^T \cdots V_{k-m+2}^T \rho_{k-m+1} s_{k-m+1} s_{k-m+1}^T V_{k-m+2}^T \cdots V_k + \\ &\vdots \\ &V_k^T \rho_{k-1} s_{k-1} s_{k-1}^T V_k + \rho_k s_k s_k^T \end{aligned} \quad (16)$$

若 H_0 是正定阵,则通过式(15)、(16)求解出的 H_{k+1} 也是正定阵。

令 $H_{k+1} = H_k^{m+1}$, 则:

$$\begin{aligned} H_{k+1} &= H_k^{m+1} = V_k^T H_k V_k + \rho_k s_k s_k^T = \\ &(V_k^T \cdots V_{k-m}^T) H_k^{(0)} (V_{k-m} \cdots V_k) + \\ &\sum_{j=0}^m \rho_{k-m+1+j} \left(\prod_{l=0}^{m-j-1} V_{k-l}^T \right) s_{k-m+j} s_{k-m+j}^T \left(\prod_{l=0}^{m-j-1} V_{k-l} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

式中, $H_k^{(0)}$ 为构造 H_{k+1} 的初始矩阵, $m \in N^+$ 为定值。通过 L - BFGS 算法计算 H_{k+1} 时,可选择适当 m 控制所需存储量^[16]。取 $m = N$ 时,式(11)也称作是 BFGS 公式。

由此可知,分块压缩感知所需存储空间远小于传统压缩感知观测采样所需空间,因此在对图像重构的过程中可以很大程度上减少重构时间。

2 LMGP 算法

2.1 LMGP 算法描述

LMGP 算法采用 OMP 算法的原子选择策略。

LMGP 算法通过方程:

$$H_{T_n}^{n-1} g^n = d_{T_n}^n \quad (18)$$

确定更新方向 $d_{T_n}^n$ 。

令:

$$s_{T_n}^n = x_{T_n}^n - x_{T_n}^{n-1} = \mu_n d_{T_n}^n \quad (19)$$

$$\begin{aligned} y_{T_n}^n &= g_{T_n}^{n-1} - g_{T_n}^n = \\ &(A_{T_n})^T (y - A_{T_n} x_{T_n}^{n-1}) - (A_{T_n})^T (y - A_{T_n} x_{T_n}^n) = \\ &(A_{T_n})^T A_{T_n} (x_{T_n}^n - x_{T_n}^{n-1}) = \\ &(A_{T_n})^T A_{T_n} s_{T_n}^n \end{aligned} \quad (20)$$

将构造矩阵 $H_{T_n}^n$ 更新为更新方向 $H_{T_n}^n$:

$$\begin{aligned} H_{T_n}^n &= ((V_{T_{n-1}}^{n-1})^T \cdots (V_{T_{n-1}}^{n-1})^T) H_{T_{n-1}}^{(0)} (V_{T_{n-1}}^{n-1} \cdots V_{T_{n-1}}^{n-1}) + \\ &\sum_{j=0}^m \rho_{T_{n-1}+j} \left(\prod_{l=0}^{m-j-1} (V_{T_{n-1}-l}^{n-1})^T \right) s_{T_{n-1}+j}^{n-1} (s_{T_{n-1}+j}^{n-1})^T \\ &\left(\prod_{l=0}^{m-j-1} (V_{T_{n-1}-l}^{n-1}) \right) \end{aligned} \quad (21)$$

LMGP 算法步骤如下:

一:设初始误差 $r_0 = y, x_n = 0, T_n$ 为空集, $H_0 = I$;

二:令 $n = 1; n = n + 1$;

(1) $g^n = \langle r_{n-1}, A \rangle$

(2) $i_n = \operatorname{argmax}_{i=1,2,\dots,N} |g_i^n|$

(3) $T_n = T_{n-1} \cup i_n$

(4)通过式(18)计算 $d_{T_n}^n$

$$(5) \mu_n = \frac{\langle r_n, A_{T_n}^T d_{T_n}^n \rangle}{\|A_{T_n} d_{T_n}^n\|_2^2}$$

$$(6) s_{T_n}^n = x_{T_n}^n - x_{T_n}^{n-1} = \mu_n d_{T_n}^n$$

$$(7) y_{T_n}^n = g_{T_n}^{n-1} - g_{T_n}^n$$

(8)通过 L-BFGS 算法更新 $H_{T_n}^n$

A. 给定初始点 $x_0, k = 0$, 设置正整数 m ;

B. 设 $H_0 = I$, 求出目标函数 $f(x)$ 在 x_k 处的梯度 $\nabla f(x)$;

C. 求解方程组 $-H_k \nabla f(x_k) = d_k$, 得到 d_k ;

D. 求解 $f(x_k + \mu_k d_k) = \min_{\mu \geq 0} f(x_k + \mu d_k)$, 令 $x_{k+1} = x_k + \mu_k d_k$;

E. 若 $\|\nabla f(x_k)\| \leq \varepsilon$, 停止迭代;若 $\|\nabla f(x_k)\| > \varepsilon$, 进入下一步;

F. 令 $\hat{m} = \min\{k + 1, m\}$, 取 $H_k^{(0)} = \frac{s_k^T y_k}{\|y_k\|_2^2} I$;

G. 令 $s_k = x_{k+1} - x_k, y_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k)$,

$$\begin{aligned} H_{k+1} &= (V_k^T \cdots V_{k-m}^T) H_k^{(0)} (V_{k-m} \cdots V_k) + \\ &\sum_{j=0}^m \rho_{k-m+1+j} \left(\prod_{l=0}^{m-j-1} V_{k-l}^T \right) s_{k-m+j} s_{k-m+j}^T \left(\prod_{l=0}^{m-j-1} V_{k-l} \right) \end{aligned}$$

H. $k = k + 1$, 返回步骤 C。

$$(9) x_T^n = x_{T_n}^{n-1} + \mu_n d_{T_n}^n$$

$$(10) c^n = A_{T_n} d_{T_n}^n$$

$$(11) r_n = r_{n-1} - \mu_n c^n$$

三:输出 r_n, x_n , 当满足 $\|r_n - r_{n-1}\| \leq 10^{-6}$ 停止。

2.2 LMGP 算法收敛性证明

定理 1:存在常数 $0 < \omega < 1$, 使得通过 LMGP 算法计算得到的 r_n 满足 $\|r_n\|_2^2$ 单调且 $\|r_n\|_2^2 \leq (1 -$

$$\frac{\omega}{\|A\|_2^2})^n \|r_0\|_2^2, \text{ 即 } \|r_n\|_2^2 \text{ 收敛。}$$

证明:由 $c^n = A_{T_n} d_{T_n}^n$ 和 $r_n = r_{n-1} - \mu_n c^n$ 知 $r_n = r_{n-1} - \mu_n A_{T_n} d_{T_n}^n$

故:

$$\|r_n\|_2^2 = \|r_{n-1}\|_2^2 - \frac{\langle r_{n-1}, A_{T_n} d_{T_n}^n \rangle^2}{\|A_{T_n} d_{T_n}^n\|_2^2} \quad (22)$$

又 $H_{T_n}^{n-1} g^n = d_{T_n}^n$, 故:

$$\begin{aligned} \frac{\langle r_{n-1}, A_{T_n} d_{T_n}^n \rangle^2}{\|A_{T_n} d_{T_n}^n\|_2^2} &= \frac{\|H_{T_n}^{n-1}\|_2^2 \|A_{T_n}^T r_{n-1}\|_2^4}{\|H_{T_n}^{n-1} A_{T_n}^T r_{n-1}\|_2^2} \geq \\ &\frac{\|H_{T_n}^{n-1}\|_2^2 \|A_{T_n}^T r_{n-1}\|_2^4}{\|H_{T_n}^{n-1}\|_2^2 \|A_{T_n}\|_2^2 \|A_{T_n}^T r_{n-1}\|_2^2} \geq \\ &\frac{\|A_{T_n}^T r_{n-1}\|_2^2}{\|A_{T_n}\|_2^2} \geq \frac{\|A_{T_n}^T r_{n-1}\|_2^2}{\|A_{T_n}\|_2^2} \end{aligned} \quad (23)$$

式中, $\|\cdot\|_2$ 表示 l_2 范数, $\|\cdot\|_\infty$ 表示 l_∞ 范数。对 $\forall x, \exists \omega > 0$, 使 $\|A^T x\|_\infty > \omega \|x\|_2^2$, 故式(23)为:

$$\frac{\langle r_{n-1}, A_{T_n} d_{T_n}^n \rangle^2}{\|A_{T_n} d_{T_n}^n\|_2^2} \geq \frac{\|A_{T_n}^T r_{n-1}\|_\infty^2}{\|A_{T_n}\|_2^2} \geq \frac{\omega \|r_{n-1}\|_2^2}{\|A_{T_n}\|_2^2} \quad (24)$$

LMGP 算法在原子选择时会出现 $\|A^T x\|_2^2 = \|A_{T_n}^T x\|_2^2$ 的情况, 所以,

$$\begin{aligned} \|r_n\|_2^2 &= \|r_{n-1}\|_2^2 - \frac{\langle r_{n-1}, A_{T_n} d_{T_n}^n \rangle^2}{\|A_{T_n} d_{T_n}^n\|_2^2} \leq \\ &\|r_{n-1}\|_2^2 - \frac{\omega \|r_{n-1}\|_2^2}{\|A_{T_n}\|_2^2} = \\ &\|r_{n-1}\|_2^2 - \frac{\omega \|r_{n-1}\|_2^2}{\|A\|_2^2} = \\ &\left(1 - \frac{\omega}{\|A\|_2^2}\right) \|r_{n-1}\|_2^2 \end{aligned} \quad (25)$$

由于 $\|r_{n-1}\|_2^2$ 非负, 对式 (25) 两边同除以 $\|r_{n-1}\|_2^2$ 。

$$\frac{\|r_n\|_2^2}{\|r_{n-1}\|_2^2} \leq \left(1 - \frac{\omega}{\|A\|_2^2}\right) \quad (26)$$

由于 $1 - \frac{\omega}{\|A\|_2^2}$ 是定值, 所以 $\|r_n\|_2^2$ 是单调的, 因此式 (26) 可以转化为:

$$\begin{aligned} \|r_n\|_2^2 &\leq \left(1 - \frac{\omega}{\|A\|_2^2}\right) \|r_{n-1}\|_2^2 \leq \\ &\left(1 - \frac{\omega}{\|A\|_2^2}\right)^2 \|r_{n-2}\|_2^2 \leq \dots \leq \\ &\left(1 - \frac{\omega}{\|A\|_2^2}\right)^n \|r_0\|_2^2 \end{aligned} \quad (27)$$

在 LMGP 中, r_0 是定值, 故 $\|r_n\|_2^2$ 有界, 由单调有界准则知 $\|r_n\|_2^2$ 收敛。证毕。

上述定理证明了提出的 LMGP 算法是可行的。

3 仿真结果及分析

为了验证提出的算法在分块图形重构中的可行性, 通过 Matlab 分别对标准图像“lena.jpg”及格式为 jpg 的一般图像进行仿真, 将 256×256 的图像分割, 取 $B=8$, 通过 GP、CGP、ACGP、VMMGP 与 LMGP 算法对图像进行重构, 效果如图 1 所示。

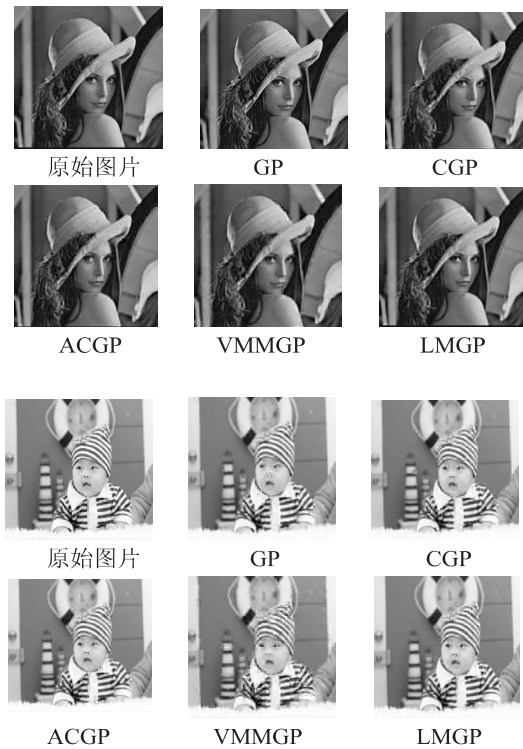


图 1 算法重构效果

如图 1 所示, 相较于 GP、CGP、ACGP、VMMGP 算法重构出的图像, LMGP 算法重构出的图像纹理更为清晰, 更接近原始图像。

表 1 显示了 GP、CGP、ACGP、VMMGP 与 LMGP 算法在采样率为 0.5 时在“重构时间”、“均方误差”及“峰值信噪比”三方面的数据比较。

表 1 同一采样率下各算法重构性能数据比较

| 算法 | 时间 (time)/s | 均方误差 (MSE) | 峰值信噪比 (PSNR)/dB |
|-------|-------------|------------------------|-----------------|
| GP | 1.863 | 9.600×10^{-6} | 26.494 |
| CGP | 2.407 | 8.804×10^{-6} | 26.901 |
| ACGP | 1.753 | 9.150×10^{-6} | 26.681 |
| VMMGP | 2.251 | 1.077×10^{-7} | 26.521 |
| LMGP | 1.994 | 7.526×10^{-6} | 27.303 |

如表 1 所示,相同采样率下,LMGP 算法所需重构时间比 CGP 和 VMMGP 算法少;MSE 较小;PSNR 为 27.303 7,远高于其他四种算法,由峰值信噪比越大效果越好可知:LMGP 算法不仅具有可行性且图形重构质量更高。

表 2 显示了 GP、CGP、ACGP、VMMGP 算法分别与 LMGP 算法在整采样率分别取 0.3、0.5 和 0.6 情况下图像的峰值信噪比。

表 2 不同采样率下各算法峰值信噪比数据比较

| 整体采样率 M/N | GP | CGP | ACGP | VMMGP | LMGP |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.3 | 24.640 | 23.058 | 24.217 | 24.058 | 25.317 |
| 0.5 | 26.494 | 26.901 | 26.681 | 26.521 | 27.303 |
| 0.6 | 26.751 | 27.286 | 27.079 | 26.930 | 27.561 |

如表 2 所示,五种算法的 PSNR 均随着整体 M/N 的增加而增加,当 M/N 分别取 0.3、0.5 和 0.6 时,LMGP 算法的峰值信噪比分别为 25.317、27.303 7 和 27.561,均高于其余四种算法;同时可以看出随着采样率的增加,LMGP 算法的 PSNR 增长速度逐渐降低,表明算法相对比较稳定。

图 2 以折线图的形式展现不同采样率下各种算法重构的峰值信噪比。

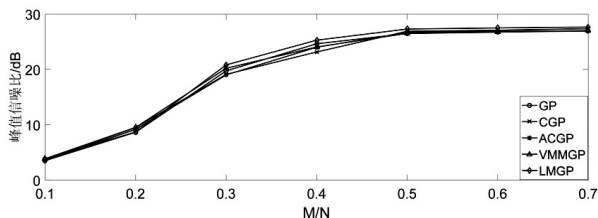


图 2 不同采样率下重构性能比较

由图 2 可以看出,随着采样率的增加,几种重构算法的峰值信噪比均有所提高,LMGP 算法在不同采样率下的峰值信噪比均高于其他算法。当采样率取值为 0.3 到 0.5 之间时,LMGP 算法的峰值信噪比明显高于其他算法。由峰值信噪比越高图像重构效果越好可知,LMGP 算法对图像的重构效果更好,算法性能更优。

4 结束语

在分块压缩感知的基础上,将 L-BFGS 算法与 GP 算法结合形成了 LMGP 算法并将其应用到图像的重建中,通过仿真将 LMGP 算法与传统的 GP、CGP、ACGP、VMMGP 算法进行比较,通过重构时间, MSE, PSNR 三个方面的数据比较,LMGP 算法的 PSNR 较高,重构时间较少,表明 LMGP 算法重构性能更优。

参考文献:

- [1] LI L, FANG Y, LIU L, et al. Overview of compressed sensing: sensing model reconstruction algorithm, and its applications [J]. Applied Sciences, 2020, 10(17): 5909–5927.
- [2] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [3] CANDÈS E J, WAKIN M B. An introduction to compressive sampling [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21–30.
- [4] DUARTE M F, DAVENPORT M A, TAKHAR D, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 83–91.
- [5] LUSTIG M, DONOHO D, PAULY J M. Sparse MRI: the application of compressed sensing for rapid MR imaging [J]. Magnetic Resonance in Medicine, 2007, 58(6): 1182–1195.
- [6] CHEN G H, JIE T, LENG S. Prior image constrained compressed sensing (PICCS): a method to accurately reconstruct dynamic CT images from highly undersampled projection data sets [J]. Proceedings Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2008, 6856(2): 685618–685624.
- [7] YANG J, JIN T, XIAO C, et al. Compressed sensing radar imaging: fundamentals, challenges, and advances [J]. Sensors, 2019, 19(14): 3100–3106.
- [8] ELDAR Y C, KUPPINGER P, BLCSKEI H. Compressed sensing of block-sparse signals: uncertainty relations and efficient recovery [J]. Mathematics, 2009, 58(6): 3042–3054.
- [9] 刘盼盼. 压缩感知中梯度追踪算法的研究 [D]. 南京: 南京邮电大学, 2015.
- [10] 郭强, 吴成东. 记忆梯度追踪压缩感知图像重构 [J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(5): 670–676.
- [11] BLUMENSATH T, DAVIES M E. Iterative thresholding for sparse approximations [J]. Journal of Fourier Analysis & Applications, 2008, 14(5): 629–654.
- [12] ZHOU Canmei, ZHAO Ruizhen, HU Shaohai. An improved gradient pursuit algorithm for signal reconstruction based on compressed sensing [C]//2010 6th international conference on wireless communications, networking and mobile computing (WiCOM 2010). Chengdu: IEEE, 2010: 1–4.
- [13] 刘艳, 李雷. 基于拟牛顿法的梯度追踪算法研究 [J]. 计算机技术与发展, 2017, 27(4): 113–116.
- [14] 桂胜华, 周岩. 拉格朗日-拟牛顿法解约束非线性规划问题 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2007, 35(4): 556–561.
- [15] NOCEDAL J. Updating quasi-Newton matrices with limited storage [J]. Mathematics of Computation, 1980, 35(151): 773–782.
- [16] LIU D C, NOCEDAL J. On the limited memory BF GS method for large scale optimization [J]. Mathematical Programming, 1989, 45(1): 503–528.