

大范围网格曲面曲线设计方法及应用

姜晓通¹, 戴宁², 武智磊², 杨思远²

(1. 常熟理工学院机械工程学院, 江苏苏州 215500;

2. 南京航空航天大学机电学院, 江苏南京 210016)

摘要: 为了满足齿科在离散网格曲面建模中对曲线设计高效性、鲁棒性及基于网格曲线个性化建模等方面的要求, 提出了一种基于局部参数化的离散网格曲面样条曲线设计方法。该方法放松了对样条曲线全局连续性的约束, 将平面参数域内的全局样条线设计转化成在局部区域内的分段样条曲线设计, 提高了参数化网格曲线设计方法的效率及鲁棒性, 使其能够不受编辑范围、网格模型复杂度及网格亏格的影响, 满足大范围的网格曲线实时编辑的要求, 以及齿科个性化建模软件中基于曲线建模的需求; 引入两型值点间的最短路径, 解决在样条线设计过程中, 因相邻两型值点距离过大而导致算法存在的鲁棒性问题; 引入局部光顺算法, 在型值点附近进行流行约束下的光顺, 提高样条曲线的光滑度。实验表明, 基于平面参数化域的局部分段样条曲线设计方法在效率、鲁棒性及实用性方面具有一定的优势, 综合性能较好, 能够满足齿科建模软件的实际应用需求。

关键词: 大范围网格曲面; 分段样条曲线; 局部参数化; 最短路径优化; 曲线建模

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1673-629X(2023)08-0074-07

doi:10.3969/j.issn.1673-629X.2023.08.011

Curve Design Method and Application of Large-scale Mesh Surface

JIANG Xiao-tong¹, DAI Ning², WU Zhi-lei², YANG Si-yuan²

(1. School of Mechanical Engineering, Changshu Institute of Technology, Suzhou 215500, China;

2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to meet the requirements of high efficiency and robustness of curve design in discrete mesh surface modeling of dentistry, we propose a spline curve design method for discrete mesh surface based on local parameterization. This method relaxes the constraint on the global continuity of spline curves, transforms the global spline design in the plane parameter domain into the piecewise spline design in the local area, and improves the efficiency and robustness of the parametric mesh curve design method, which makes it not affected by the editing range, grid model complexity and grid defect, and meets the requirements of real-time editing of a wide range of grid curves, as well as the requirements of curv-based modeling in personalized dental modeling software. The shortest path between two types of value points is introduced to solve the robustness problem caused by the large distance between adjacent two types of value points in the process of spline design. Local fairing algorithm is introduced to fair points near the data points under manifold constraints to improve the smoothness of spline curves. The experiment shows that the piecewise spline curve design method based on local parametric area has certain advantages in efficiency, robustness and practicality with excellent comprehensive performance, which can meet the practical application needs of engineering software such as dentistry.

Key words: large-scale mesh surface; piecewise spline curve; local parameterization; shortest path optimization; curve modeling

0 引言

曲线设计是几何造型中的一项重要研究内容^[1-3], 其在自由曲面的设计、交互和编辑中起着重要作用, 且经常用于一些高级的几何操作中, 例如曲面求

交^[4]、曲面裁剪^[5]、加工曲面的数控刀具轨迹规划^[6]等。针对欧氏空间的曲线设计的研究较早, 相关的设计理论和算法已趋于成熟。但对于曲面上的曲线设计, 因其在设计过程中需要满足流行约束(曲线位于

收稿日期: 2022-10-11

修回日期: 2023-02-16

基金项目: 国家自然科学基金(62002033)

作者简介: 姜晓通(1987-), 男, 讲师, 博士, 通信作者, 研究方向为计算机图形学、计算机辅助设计; 戴宁(1978-), 男, 教授, 博士, 博导, 研究方向为数字化设计与制造、计算机辅助设计。

曲面上),其问题较为复杂,难度较大。近年来,随着离散网格建模需求的快速增长,如在齿科领域的建模设计需求越来越多,离散网格曲面上的曲线设计逐渐受到人们的关注,因此研究网格曲面上曲线的设计方法具有重要意义和工程应用价值。

网格曲面上的曲线通常由离散的分段线段构成,常见的曲线形式有样条曲线、测地线、细分曲线等。受流行的约束,其求解难度相对较大。为了处理流行约束问题,现有的网格曲面的曲线设计方法大致可以分为3类:投影法、光顺法及参数化法。

投影法先在欧氏空间完成曲线设计,然后依次迭代将曲线投影到网格曲面上。Hofer等^[7-8]提出能量最小化的样条曲线插值方法,将问题表示为具有流行约束的优化问题,基于样条能量和测地能量对样条曲线进行优化,并采用梯度投影法进行求解,该方法可用于网格曲面、参数曲面、隐式曲面,但其投影步骤不能保证一定能计算出理想的投影点,鲁棒性较差。Morera等^[9]提出一种内蕴投影法来计算流行三角网格上的细分曲线,鲁棒性得到了一定的改善,但由于设计测地线计算,时间复杂度较高。金耀等^[10]用切平面逼近局部曲面,并将距离约束松弛成用点到切平面的距离,使曲线能够逐步光顺的同时,稳步地贴近曲面,从而使投影步骤的鲁棒性和可靠性大为提高。投影法实现方式简单,但是由于需要迭代,使得计算量较大,且对于复杂曲面投影可能存在多解,鲁棒性较差。

光顺法首先对光滑约束进行松弛,然后在流行约束下以光滑能量为驱动对初始曲线进行光顺。Jung等^[11]在网格曲面上运用主动轮廓模型演化曲线,在曲面上对曲线进行分段光顺,使曲线演化到具有高斯曲率相关特征附近。Lawonn等^[12]提出一种网格曲线的拉普拉斯光顺算子,通过降低测地曲率来对三角网格上分段曲线进行光顺,可以调整光顺曲线与其原始形状的接近程度以及规定测地线曲率的偏差,但需要对曲线进行多次迭代且无法插值控制点。宋滢等^[13]提出了一种基于多层次优化的网格域样条曲线设计方法,该方法放松了曲线严格位于曲面的约束,仅将曲线的离散控制点置于流形空间,并采用内点法的思想,运用基于块坐标下降法的全局优化方法进行数值求解,最后借助局部参数化将曲线段映射到网格曲面。光顺法鲁棒性较好,曲线也较为光顺,但由于需要进行多次迭代且无法插值控制点,因此计算效率低,难以满足曲线实时交互的要求。

参数化法将曲线所在的设计区域进行参数化,在参数域内进行曲线设计,并将曲线设计结果映射回网格曲面。Lee等^[14]提出了一种“几何蛇形”曲线作为三角网格模型的特征检测工具,将曲线所在的局部区

域进行参数化,在参数域内使用能量函数演化曲线从初始位置成功捕获附近的特征;朱文明等^[15]通过对流行网格进行保角参数化,并在参数域内生成细分曲线,可以快速生成网格曲面上的光滑曲线;韩林等^[16]使用离散指数映射技术参数化B样条曲线的控制顶点,实现了网格曲面上B样条曲线的设计与复用。刘斌等^[17]通过离散指数映射参数化技术将源曲线控制顶点映射到切空间,获得它们的法坐标,按照阵列前后控制顶点法坐标不变的原则,实现了曲线在网格曲面上的阵列。参数化法对于小范围曲线设计鲁棒性较好,计算效率高,曲线设计较为灵活。但当进行大范围的曲线设计时,大范围的曲面参数化较为耗时,影响了曲线设计的效率,难以实现曲线的实时编辑,同时大范围的曲面参数化会导致局部参数化畸变严重,甚至出现大面积的“重叠”现象,导致曲线在局部畸变的情况,甚至会引起在曲线设计时求交算法的不稳定性问题。另外,参数化方法并不能完全适用于网格曲面存在“亏格”的情况,也限制了参数化方法的适用范围。

齿科是离散网格曲面应用最为广泛的领域之一,齿科扫描模型的复杂性及相关建模软件个性化设计的需求,其对样条曲线的设计也提出了具体要求,主要有如下特点:

(1)齿科三维扫描模型三角面片个数较多,在曲线设计时需要进行实时编辑,要求曲线设计效率较高,能够满足实时交互的需求;

(2)齿科三维扫描模型较为复杂,对曲线设计的精度要求不高,但建模软件的使用人员在绘制曲线时较为“随意”,因此对鲁棒性提出了较高的要求;

(3)因建模软件的设计要求,需要基于网格曲线进行个性化建模,因此对样条线的设计原理提出了具体的要求。

该文针对在齿科建模领域中,对于网格曲线设计在高效性、鲁棒性及基于网格曲线个性化建模等方面的要求,提出了一种适用于大范围网格曲面曲线编辑的参数化设计方法,使用离散指数映射参数化技术,将三维的曲线设计转换成二维曲线设计,在二维平面内进行基于曲线的建模设计,满足建模软件个性化建模的需求。利用分段样条线替代全局样条线,分段设计网格曲面样条曲线,减小参数化区域,能够实现在大范围网格曲面内快速设计曲线,同时将参数化设计方法扩展到亏格网格曲面。针对建模软件使用人员在建模过程中绘制曲线较为“随意”,样条曲线两型值点间距较大而导致的鲁棒性问题,引入两点间的最近路径,在两型值点中加入若干型值点,满足离散建模软件对算法鲁棒性的要求。针对曲线分段设计时在部分型值点处出现不连续(尖点)的问题,在型值点处进行局部光

顺,从而保证曲线的质量。相比其他方法,该算法在效率、鲁棒性及适用性等方面具有一定优势,综合性能较好。

1 离散指数参数化技术

1.1 指数映射及测地极坐标

设 T_p 是曲面 S 在 p 点的切平面,那么指数映射就是从切平面 T_p 到曲面 S 上的一个对应关系,记为 $T_p \rightarrow S$,定义如下:设 v 是曲面 S 在 p 点的一个切向量,过点 p 作曲面 S 上与切向量 v 相切的测地线 γ ,在此测地线上取一点 m ,使得从 p 到 m 的弧长正好等于 v 的长度 $|v|$,则定义指数映射 $\exp(v) = m$ 。

指数映射可以看作是曲面到切平面的一种映射,它将曲面上的三维空间上的点映射到二维平面上(见图 1)。对于曲面 S 上任意一点 p ,过点 p 作其切平面 T_p ,对任一单位向量 $v \in T_p$ 来说,都唯一存在一条用弧长来参数化的测地线 γ ,使得 $\gamma(0) = p$ 且 $\gamma'(0) = v$ 。对于 p 点的任一邻域点 q 来说,都会有唯一的一条测地线通过它。因此,可以使用测地极坐标 (ρ, φ) 将三维空间点 q 映射到二维切平面 T_p 上,其中 ρ 是 p 点到 q 点的测地线距离, φ 是 v 在 T_p 上的极角,这就是测地极坐标的表示形式,也可以将其看作二维矢量,称作

测地矢量。

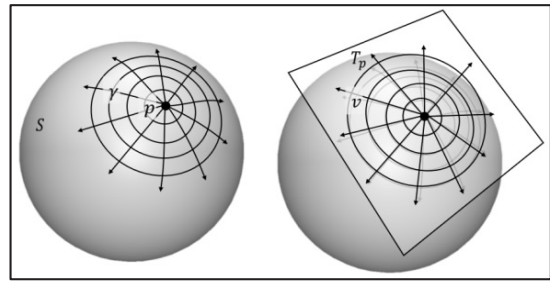


图 1 指数映射

1.2 离散指数映射参数化基本原理

该文采用 Schmidt 等^[18]提出的离散指数参数化技术计算测地矢量,该方法并不直接计算网格曲面上的点到种子点的测地矢量,而是通过 Dijkstra 算法进行扩散传播,先记录每个网格顶点到种子点的路径并在每个网格顶点上建立局部坐标系,然后对每个网格顶点向其最短路径上的前一个邻接顶点作指数映射,最后对 Dijkstra 算法产生的分段测地矢量进行叠加。

如图 2 所示,假设网格曲面上有 3 个顶点,分别为 p, r, q ,可以根据指数映射理论计算出 p 点到 r 点的测地矢量 $U_{p,r}$ 和 r 点到 q 点的测地矢量 $U_{r,q}$,则 p 点到 q 点的测地矢量 $U_{p,q}$ 可以表示为:

$$U_{p,q} = U_{p,r} + (U_{p,q} - U_{p,r}) \quad (1)$$

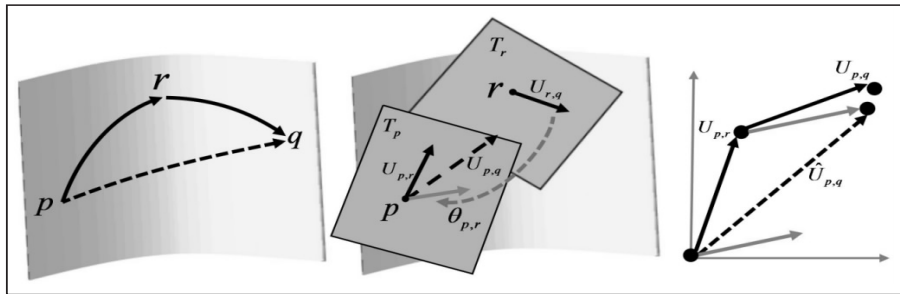


图 2 离散指数映射叠加

由于 $(U_{p,q} - U_{p,r})$ 未知,可以用 $U_{r,q}$ 的一个分量来替代,即将 T_r 平面内,以 (x_r, y_r, n_r) 为基底表示的 $U_{r,q}$,用 T_p 平面内的 (x_p, y_p, n_p) 基底来表示。具体操作过程可分解为两次旋转操作:首先将顶点 r 所在的局部坐标系 (x_r, y_r, n_r) 旋转到顶点 p 所在的 (x_p, y_p, n_p) 坐标系,使得两个坐标系共面,即法线 n_r 和 n_p 平行,此时顶点 r 所在的局部坐标系变为 (x'_r, y'_r, n_p) ;然后在平面 T_p 内,将坐标系 (x'_r, y'_r, n_p) 旋转 $\theta_{p,r} = \arccos(x'_r, x_p)$ 角度,从而使 T_p 与 T_r 具有相同三维基底。忽略第一次旋转对 $U_{r,q}$ 造成的偏差,通过两次旋转变换后, $U_{p,q}$ 就可以近似表示为:

$$U_{p,q} \approx U_{p,r} + \text{Rot2D}(\theta_{p,r})U_{r,q} \quad (2)$$

式中, Rot2D 为二维旋转变换矩阵。

对于网格模型上的任意一个顶点 q ,利用 Dijkstra 算法生成从种子点 p 到目标点 q 的近似测地路径,利

用公式(2)计算得到该路径中每一个顶点在种子点 p 所在切平面上的坐标值。由于公式(2)在变换过程中存在误差,该误差在从点 p 到点 q 的近似测地路径会累积叠加,因此在进行大范围网格曲面的参数化或网格曲面较为复杂时,其参数化结果会产生较大畸变,甚至“重叠”现象。但是若不谋求网格全局参数化,只考虑局部映射,其精度是能够保证的。同时由于离散指数映射无需计算测地线,减小了计算成本,非常适用于三角网格的局部快速参数化,对于分段样条曲线的设计具有很大优势,能够满足曲线编辑实时交互的要求。

2 分段样条曲线设计

2.1 准均匀 B 样条曲线

给定条件①控制顶点: P_0, P_1, \dots, P_n ; ②B 样条曲线基函数的次数 k ; ③节点矢量: $[u_0, u_1, \dots, u_n, \dots,$

$u_{n+k+1}]$, 可以唯一定义 k 次 B 样条曲线为:

$$r(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) P_i \quad (3)$$

式中, $u \in [u_k, u_{n+1}]$ 。

根据均匀 B 样条基函数的递推定义, 可以得到均匀 3 次 B 样条曲线基函数如下:

$$\begin{cases} N_{0,3}(u) = \frac{1}{6}(1-u)^3 \\ N_{1,3}(u) = \frac{1}{6}(3u^3 - 6u^2 + 4) \\ N_{2,3}(u) = \frac{1}{6}(-3u^3 + 3u^2 + 3u + 1) \\ N_{3,3}(u) = \frac{1}{6}u^3 \end{cases} \quad u \in [0,1] \quad (4)$$

将均匀 3 次 B 样条基函数带入 B 样条曲线定义

中, 即 $r(u) = \sum_{i=0}^3 N_{i,3}(u) P_i$ 。

准均匀 B 样条曲线就是在均匀 B 样条曲线的基础上增加了 $k+1$ 个重节点的限制, 使其不仅具有均匀 B 样条的局部支撑性, 即当用户想要改变型值点的位置, 只需重新计算该型值点临近的样条曲线即可, 而且准均匀 B 样条具有 Bezier 曲线的端点性质, 使用户对曲线在端点处的行为有较好的控制。因此, 文中算法采用准均匀 B 样条曲线在参数化平面内生成样条线。

2.2 局部分段样条曲线

给定一个离散网格曲面 S , 在网格曲面上依次拾取型值点 p_0, p_1, \dots, p_n , 文中算法仅利用最新拾取的三个型值点, 在局部参数域内生成分段的准均匀 3 次 B 样条曲线, 并对整体样条曲线进行局部更新, 算法主要分为 3 步:

(1) 确定参数化区域。

离散指数映射是一种局部参数化技术, 在计算参数化区域时, 需要给定参数化原点和半径, 参数化区域必须尽可能覆盖测地 B 样条曲线设计区域。假设在绘制当前样条曲线时正拾取第 i 个型值点。

当 $i=0$ 时, 型值点个数为 1, 无需绘制网格样条曲线。

当 $i=1$ 时, 2 个型值点为 p_0, p_1 , 此时参数化原点为任意一个型值点, 将 p_0 和 p_1 之间的欧氏距离记作 $|p_0 p_1|$, 则参数化半径 $\text{paraDis} = 1.4 |p_0 p_1|$, 此时生成的为一段测地直线。

当 $i=2$ 时, 3 个型值点为 p_0, p_1, p_2 , 则参数化原点为 p_1 , 参数化半径 $\text{paraDis} = 1.4 \max\{|p_0 p_1|, |p_1 p_2|\}$, 此时生成的为一段测地样条曲线, 此后用户继续增加型值点, 则总是取最后三个型值点 p_{i-2}, p_{i-1}, p_i 生成一段测地样条曲线, 其中参数化原点和半径的确定方法

与上述一致。

(2) 二维参数化平面上的样条曲线设计。

将三个型值点为一组的样条曲线段所在网格区域进行参数化后, 可以得到型值点的二维 UV 坐标。根据型值点的 UV 坐标及非均匀 B 样条曲线插值方法可以生成位于参数化平面上的二维样条曲线, 但由于网格曲线通常由离散的分段线段构成, 因此需要对样条曲线段进行采样。由于采样点只有坐标信息, 没有网格位置信息, 并且型值点和采样点之间连线与网格的交点未知, 因此需要进行计算。给定起点 p_s 和终点 p_t , 计算过程如下:

①若起点 p_s 在网格三角面片内, 计算起点 p_s 和终点 p_t 连线与起点 p_s 所在三角面片相交的边, 并将计算得到的交点 p_c 赋值给 p_s , 更新起点。

②若起点 p_s 在网格边上, 与起点 p_s 所在网格边共边的有两个三角形, 判断起点 p_s 和终点 p_t 连线经过哪个三角形, 并确定连线与该三角形相交的边, 并将计算得到的交点 p_c 赋值给 p_s , 更新起点。

③重复上述过程直至到达终点 p_t 。

(3) 二维参数化平面到三维网格曲面的映射。

二维平面内的样条曲线设计完成后, 需要将其映射回三维网格曲面。假定在二维参数化网格平面取样条曲线上任一点为 p , 点 p 所在三角面片的三个顶点 V_0, V_1, V_2 可以定义平面内包围该点的凸多边形, 用公式可以表示为:

$$p = \alpha_0 V_0 + \alpha_1 V_1 + (1 - \alpha_0 - \alpha_1) V_2 \quad (5)$$

$$0 \leq \alpha_0, \alpha_1 \leq 1, \quad 0 \leq \alpha_0 + \alpha_1 \leq 1$$

构造方程组并求解可得到 α_0, α_1 , 如图 3 所示, $(\alpha_0, \alpha_1, 1 - \alpha_0 - \alpha_1)$ 代表点 p 相对于三角面片三个顶点的相对位置关系。

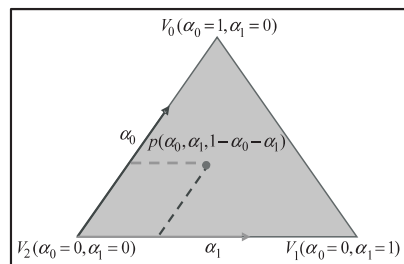


图 3 三角形内一点 p 相对位置关系

由于离散指数参数化技术并不改变三角面片的形状, 因此利用公式 (5) 可以将二维参数化平面上三角面片上的任意一点映射回其三维网格上的三角面片上, 则点 p 的三维空间坐标 p^3 可表示为:

$$p^3 = \alpha_0 V_0^3 + \alpha_1 V_1^3 + (1 - \alpha_0 - \alpha_1) V_2^3 \quad (6)$$

其中, V_0^3, V_1^3, V_2^3 为 V_0, V_1, V_2 在三维网格上的对应点。利用采用凸包定理可以计算构成样条曲线的每个点在二维参数化平面内相对于所在三角面片的位置, 根据

所求出的相对位置关系可将样条曲线上的点依次映射回三维网格曲面。

2.3 样条曲线优化

(1) 最短路径优化。

在实际工程应用中,用户在绘制网格样条曲线时较为“随意”。当相邻两型值点距离过大时会导致参数化区域增大,而离散指数参数化技术在参数化区域过大时会产生较大的网格畸变、重叠等现象,从而导致两型值点之间的样条线不光滑,甚至样条线中断的情况,如图 4(a) 所示。为了提高算法的稳定性,避免用户在设计曲线时出现上述情况,引入 Dijkstra 算法计算两点间的最短路径,在两型值点之间的最短路径上进行采样,在采样路径上增加型值点的个数,从而有效避免上述情况的出现,如图 4(b) 所示。

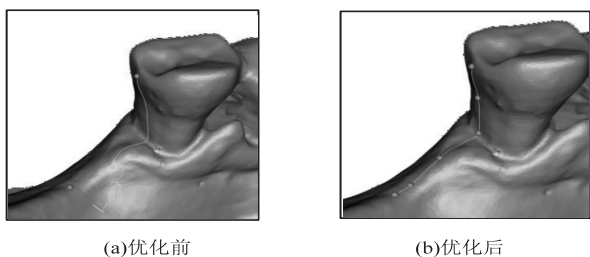


图 4 最短路径优化

(2) 局部光顺优化。

在网格曲面生成样条曲线时,因为采用分段样条线策略,因此在型值点处会出现“尖点”,从而降低了曲线的光顺性,如图 5(a) 所示。针对此问题,文中算法在型值点处进行局部光顺。设给定离散网格曲线点列 $P_i(i = 0, 1, \dots, n)$, 该离散点列的能量可表示为:

$$E_c = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{l}{l_i - l_{i+1}} \|e_{i+1} - e_i\|^2 \quad (7)$$

式中, $e_i = \frac{P_i - P_{i-1}}{l_i}$ 为单位弦向量, $l_i = \|P_i - P_{i-1}\|$ 为弦长, $\|e_{i+1} - e_i\|$ 为弦向量 $P_{i-1}P_i$ 和 P_iP_{i+1} 方向的变化量, $l_i + l_{i+1}$ 为这两段弦长之和。当弦向量 $P_{i-1}P_i$ 和 P_iP_{i+1} 的长度很小,但弦的方向变化很大时,表示插值于离散点列的曲线曲率较大,光顺性较差;反之,则光顺性较好。因此,对于整个离散点列,若 E_c 的值越大,则型值点列越不光顺。

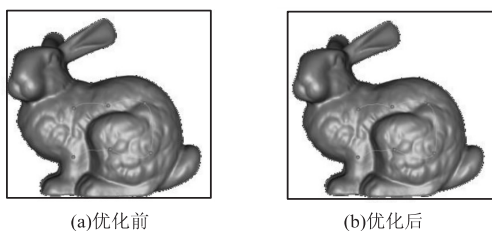


图 5 局部光顺优化示意图

在对离散点列进行光顺时有两个原则:一是光顺后离散点列的能量 E_c 尽可能小,二是光顺后离散点列

的偏离尽可能小。综合以上两点,给出如下所示的离散点列的加权综合光顺方法:

$$F_c = \alpha E_c + \sum_{i=0}^n \beta \|P_i - Q_i\|^2 \quad (8)$$

式中, $P_i(i = 0, 1, \dots, n)$ 为光顺后的离散点列; $Q_i(i = 0, 1, \dots, n)$ 为光顺前的离散点列; E_c 为离散点列 P_i 的能量; α 和 β 为用户指定的非负常数。如图 5(b) 所示,采用上述方法对型值点附近的离散点列进行光顺后,曲线的光顺性得到了明显提高。

3 实验结果与分析

文中算法利用 C++ 语言,在 Visual Studio 2017 环境下开发,模型显示是基于 VTK 图形库,在 AMD Ryzen 7 5800H 处理器主频为 3.20 GHz,16 GB 内存的电脑上测试。测试过程中所有的数据都来源于实际扫描数据,验证算法的有效性 with 实用性。

3.1 算法的实际设计效果

图 6 为文中算法在牙颌模型上的实际曲线设计效果。因采用分段样条线策略,该算法能够实现大范围网格曲面样条曲线的实时设计。同时在进行曲线编辑时,拖动一个型值点只改变该型值点附近的一段曲线而不会改变整段曲线的形状,能够快速对曲线进行编辑修改。

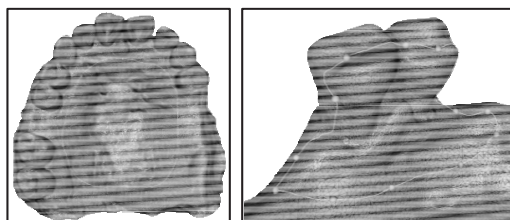


图 6 牙颌模型上的曲线设计

该算法因采用局部参数化进行分段曲线设计,能够在亏格模型上进行曲线设计。图 7 展示了利用该算法在亏格模型上进行的曲线设计,该曲线可以环绕亏格,而基于全局参数化的曲线设计方法则无法在亏格模型上生成如图所示的曲线。

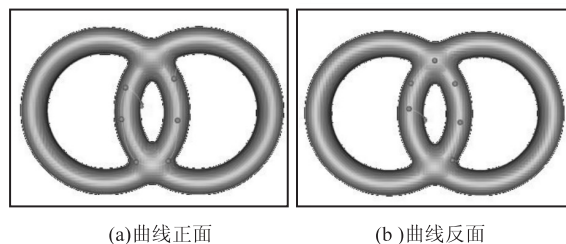


图 7 亏格模型上的曲线设计

3.2 样条曲线设计效率

在齿科建模工程应用中,曲线设计需满足实时交互的要求,即曲线设计算法必须高效。为了验证文中算法的高效性,选择如图 8 所示的 4 个不同规模的模

型进行测试。

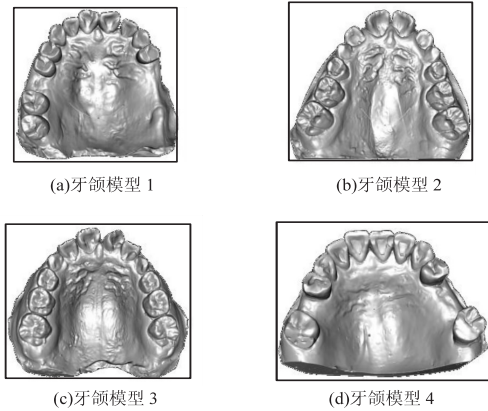


图 8 不同牙颌模型上的曲线设计

在测试过程中,分别在不同模型上选取 3 个型值点生成样条曲线,并计算生成这段曲线所需时间。表 1 为在这些模型上生成曲线所用的时间。

表 1 不同的模型上网格曲线的生成时间

网格模型 (顶点数/面片数)	参数化区域包含 顶点数和面片数	离散点 数目	运行时间 /ms
牙颌模型 1 (78 417/155 865)	6 792/13 270	199	66
牙颌模型 2 (138 467/275 557)	7 093/13 899	206	79
牙颌模型 3 (167 798/333 881)	6 573/12 805	202	86.4
牙颌模型 4 (222 284/442 671)	6 043/11 743	194	88.6

从表中可以看出,当样条曲线离散点数大致相同时,参数化区域大小(顶点数和面片数)相差不大。但随着模型顶点数和面片数的增加,运行时间会相应增加。但从表中可以看出网格规模与算法效率的相关度较小,在网格顶点数为 22 万,曲线离散点数为 194 时,其计算时间仅为 88.6 ms,可以满足实际工程应用中曲线设计实时交互的要求。

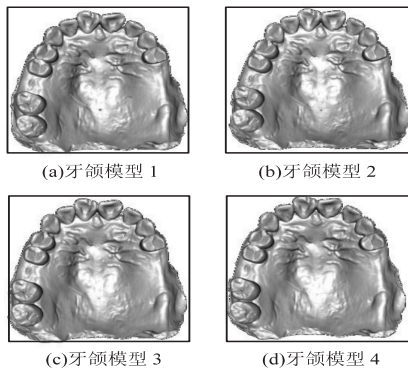


图 9 不同规模的牙颌模型上同一位置的曲线设计

图 9 为网格顶点不同量级的牙颌模型在模型表面的同一位置上绘制的网格曲线,计算曲线在每一个模型的生成时间,其结果如表 2 所示。

表 2 不同规模的同一模型上网格曲线的生成时间

网格模型 (顶点数/面片数)	参数化区域包含 顶点数和面片数	离散点 数目	运行时间 /ms
牙颌模型 1 (30 769/60 569)	4 572/8 876	90	40
牙颌模型 2 (78 417/155 865)	6 354/12 416	191	66.3
牙颌模型 3 (162 157/323 153)	16 070/31 623	333	153.3
牙颌模型 4 (309 712/617 564)	23 699/46 802	405	238.8

从表中可以看出,随着模型顶点量级的增大,参数化区域大小(顶点数和面片数)会相应增大,导致所生成的曲线包含的离散点数增多,生成曲线的时间也随之增加,与参数化区域顶点的个数基本上成正比。

从上述两个测试实验可以看出,文中算法的效率主要受局部参数化区域内网格顶点的数量的影响,局部参数化网格顶点越多,效率越低,而网格模型总顶点数量对算法效率的影响较小,因此文中算法能够在大规模网格模型上进行高效的大范围曲线设计,能够满足工程应用的要求。

3.3 实验对比

文中算法是为满足网格曲线在齿科建模软件中的应用而设计,为了验证算法的效果,从曲线的光滑度、效率、局部编辑性及扩展应用性等方面与文献[10,13]进行比较与分析,如表 3 所示。

表 3 算法比较

算法	曲线光滑度	效率	局部编辑性	扩展应用性
文献[10]	好	好	中等	中等
文献[13]	好	中等	中等	差
文中算法	中等	中等	好	好

文献[10,13]的算法都属于投影法和光顺法相结合的算法。在曲线光滑度方面,由于该文采用分段样条曲线进行设计,并对样条线进行局部光顺,因此相比文献[10,13]的算法,文中算法生成的曲线光滑度相对较差,但由于文中算法主要应用于齿科建模软件中,其对曲线的光顺度要求不高,能满足要求。在效率方面,文献[10]的算法效率最高,在模型点数 3 070,曲线离散点数 258 的情况下,其运行时间为 12.5 ms;文献[13]的算法和文中算法次之。文献[13]的算法,在模型点数 15 000,曲线离散点数 190 的情况下,其运行时间为 39 ms,而文中算法在模型点数 78 417,曲线离散点数 199 的情况下,其运行时间为 63 ms。在局部编辑性方面,由于文献[10,13]的算法对曲线进行全局光顺,因此在改变曲线的一个型值点时,整个曲线都会发生相应的变化;而文中算法采用分段样条曲线,因此

在进行曲线编辑时,改变曲线一个型值点,其作用范围只局限于该型值点前后两个型值点之间的曲线,因此文中算法的局部编辑性更好。在应用扩展性方面,文献[13]的算法松弛了曲线严格位于曲面的约束,因此并不能用于曲线裁剪、基于曲线的个性化建模(图 10 所示)等方面;文献[10]的算法中的曲线严格约束于网格曲面上,因此可以应用于曲线裁剪,但在齿科建模软件中基于曲线的个性化建模中,该算法生成的曲线并不适用;而文中算法因采用局部参数化方法,可以在垂直于样条线走向的方向上生成一系列具有一定宽度的直线,通过铺面、抽壳等操作生成具有一定形态的三维模型(如图 10(b)所示的卡环),同时算法严格约束于曲面,因此可以用于曲线裁剪。

3.4 基于样条线的建模应用

图 10 为文中算法在齿科建模软件中的应用。图 10(a)为利用文中算法在牙颌模型的不同区域进行网格裁剪,生成子网格,用于网格模型局部区域的偏置。图 10(b)为利用文中算法在牙颌模型上进行基于样条曲线的三维建模,在牙颌模型上生成卡环、连接体等(沿着样条曲线方向,具有一定宽度且与原始模型紧密相贴的条状或半圆柱状模型),用于可摘局部义齿的设计。图 10(c)为利用文中算法完成的可摘局部义齿的设计。

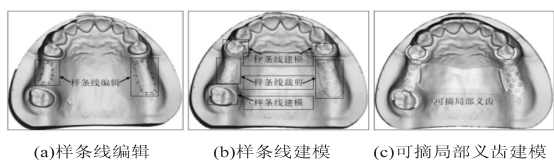


图 10 可摘局部义齿建模

4 结束语

该文提出了一种基于局部参数化的离散网格曲面样条曲线设计方法。该方法放松了对样条曲线全局连续性的约束,将平面参数域内的全局样条线设计转化成在局部区域内的分段样条曲线设计。同时引入两型值点间的最短路径,解决在样条线设计过程中,因相邻两型值点距离过大而导致算法存在的鲁棒性问题,引入局部光顺算法,提高网格曲线在型值点附近的光顺性。相比于全局参数化的网格曲线设计方法,该方法鲁棒、高效,并且能满足大范围网格实时编辑的要求,综合性能较好。

该方法采用局部参数化方法进行曲线设计,其中参数化区域大小(顶点数和面片数)对曲线设计效率影响较大,而算法所生成的参数化区域为距离中心点参数化半径范围内的所有三角面片,一定程度上造成了计算的浪费,因此如何识别曲线所在网格区域,从而减小参数化区域是未来需要研究的工作。

参考文献:

- [1] 王海波,刘 韬,刘圣军,等. 使用局部支撑径向基函数的隐式曲线曲面几何迭代算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2021,33(11):1755-1764.
- [2] 姚 兴,杭后俊,李晴晴,等. 一类三次均匀 B 样条曲线曲面[J]. 计算机技术与发展,2018,28(2):69-73.
- [3] 卫 炜,周来水,王志国. NURBS 表面上的曲线精确表达[J]. 南京航空航天大学学报,2008,40(1):85-88.
- [4] PARK T,JI J,KO K H. A second order geometric method for ray/parametric surface intersection[J]. Computer Aided Geometric Design,2013,30(8):795-804.
- [5] 陈华伟,袁小翠,伍 权,等. 点云特征型面的边界曲线拟合及曲面裁剪算法[J]. 机械设计与制造,2020(1):5-8.
- [6] 许晨旸,李静蓉,王清辉,等. 利用 ABF++ 保角参数化的网格曲面刀轨规划[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2017,29(4):728-733.
- [7] HOFER M,POTTMANN H. Energy-minimizing splines in manifolds[J]. ACM Transactions on Graphics,2004,23(3):284-293.
- [8] HOFER M. Constrained optimization with energy-minimizing curves and curve networks - a survey[C]//Proceedings of the 23rd spring conference on computer graphics. Budmerice Castle:[s. n.],2007:27-35.
- [9] MORERA D M,VELHO L,CARVALHO P. Subdivision curves on surfaces and applications[C]//Iberoamerican congress on pattern recognition. Havana: Springer,2008:405-412.
- [10] 金 耀,宋 丹,俞成海,等. 距离约束的网格曲面曲线设计方法[J]. 软件学报,2020,31(10):3266-3279.
- [11] JUNG M,KIM H. Snaking across 3D meshes[C]//Conference on computer graphics & applications. Seoul: IEEE,2004:87-93.
- [12] LAWONN K,GASTEIGER R,ROSSL C,et al. Adaptive and robust curve smoothing on surface meshes[J]. Computers & Graphics,2014,40(5):22-35.
- [13] 宋 滢,金 耀,何利力,等. 多层次优化的网格曲面离散样条曲线设计方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2019,31(12):2066-2073.
- [14] LEE Y,LEE S. Geometric snakes for triangular meshes[J]. Computer Graphics Forum,2002,21(3):229-238.
- [15] 朱文明,邓建松,陈发来. 应用保角映射构造流形上的细分曲线[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2007,19(1):48-53.
- [16] 韩 林,刘 斌. 基于离散指数映射的网格曲面上曲线设计与复用[J]. 中国机械工程,2012,23(23):2852-2857.
- [17] 刘 斌,黄常标,林俊义,等. 流形网格曲面上测地 B 样条插值[J]. 机械工程学报,2011,47(19):136-142.
- [18] SCHMIDT R,GRIMM C,WYVILL B. Interactive decal compositing with discrete exponential maps[J]. ACM Transactions on Graphics,2006,25(3):605-613.